

Магнетизм

Детская загадка:

Этот жадный предмет всё железо хватает.

Для него нормы нет, прилипанием страдает.

Продолжаем разговор об Электродинамике, начатый в Истории про Электростатику. Поговорим о Магнетизме.

Напомню:

Электростатика изучает взаимодействие **неподвижных** электрических зарядов.

Магнитостатика изучает взаимодействие **постоянных** токов и **постоянных** магнитных полей.

Электродинамика - изучает электромагнитное поле в наиболее общем случае.

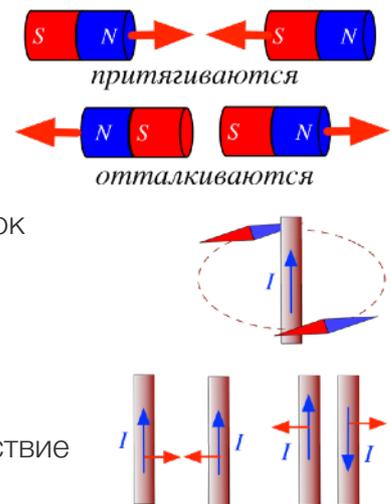
Электродинамика включает в себя электростатику и магнитостатику.

Вспомним важные факты, о которых мы говорили в Истории об Электростатике. Они нам помогут в дальнейшем.

- Электрический заряд - одна из важнейших характеристик материи - физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.
- Заряды (неподвижные) порождают электростатические поля, эти поля воздействуют на другие заряды.
- Важнейшей силовой характеристикой электростатического поля является вектор напряженности \vec{E} [В/м].
- Математическим описанием электростатического поля является векторное математическое поле.
- Силовая линия электростатического поля - линия, в каждой точке которой касательная совпадает с линией вектора напряженности поля.
- Уравнения Максвелла (УМ) (плюс уравнение для силы Лоренца) образуют полную систему уравнений классической электродинамики. Их смысл:
 - 1-е УМ: электрический заряд порождает электрическое поле
 - 2-е УМ: магнитных зарядов не существует
 - 3-е УМ: изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле
 - 4-е УМ: ток и изменение индукции порождают вихревое магнитное поле
 - уравнение силы Лоренца: на заряд действует электростатическое поле, а на движущийся заряд - магнитное.
- Первое уравнение Максвелла (теорема Остроградского - Гаусса): Поток вектора напряженности \vec{E} через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ϵ_0 (в вакууме): $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q$. Это уравнение напрямую связывает заряд с полем.
- Закон сохранения электрического заряда: алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы сохраняется.
- В среде электростатическое поле ослабляется.
- Электростатическое поле потенциально: работа сил электростатического поля определяется начальным и конечным положением заряда и не зависит от траектории его движения в поле.

■ Что мы знаем про магнитные явления из опыта?

- существуют такие металлы (сплавы), которые притягиваются (отталкиваются) друг к другу - постоянные магниты;
- магниты взаимодействуют с проводником с током. Когда ток выключим, то взаимодействие прекратится.
- два проводника с током взаимодействуют друг с другом (притягиваются или отталкиваются в зависимости от направления токов). Если мы ток выключим, то взаимодействие прекратится.



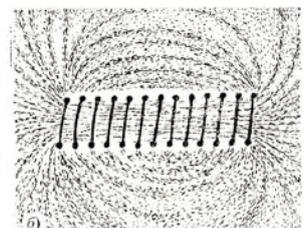
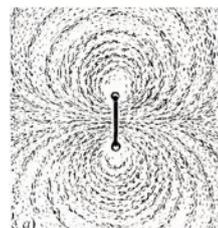
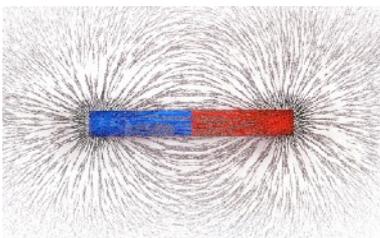
Даже если бы мы не изучали в школе магнетизм, а только бы прочли Историю про Электростатику (и другие Истории), то у нас возникли бы идеи про эти магнитные явления:

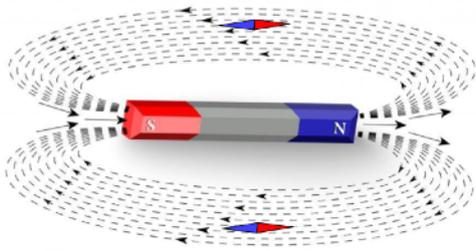
- ясно, что "в деле замешано" магнитное поле;
- магнитное поле чем-то порождается. Этим "чем-то" точно являются токи - ведь когда ток в проводнике выключают, то магнитное воздействие на постоянные магниты и другие проводники с током прекращаются. А может быть ещё этим "чем-то" являются "магнитные заряды", которые находятся в постоянных магнитах?
- порожденное магнитное поле воздействует на магниты и токи;
- магнитное поле - ориентировано: магнитная стрелка компаса располагается во вполне определенных направлениях, если её обнести вокруг проводника с током. Более того, магнитное поле - круговое: сколько бы раз мы ни обносили магнитную стрелку компаса вокруг проводника с током, магнитная стрелка будет повторять круговые движения.

Наверное, такие же идеи возникли у Ампера, который в 1820 году впервые начал методично изучать магнитные явления (ну, может быть, он ещё не знал про поле, а использовал ньютоновский принцип дальнего действия). Хорошо, но мы ведь живём не во времена Ампера, а на 200 лет позже.

И ещё из опытов с магнетизмом...

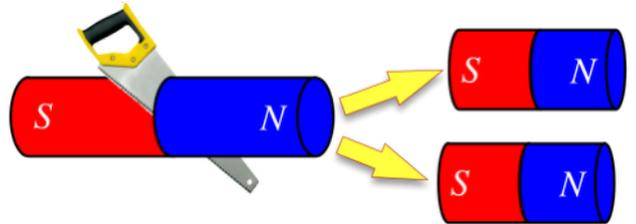
Линии магнитного поля можно легко наблюдать визуально с помощью железных опилок. Каждая маленькая железная опилочка в магнитном поле превращается в маленькую магнитную стрелку компаса и ориентируется по линиям магнитного поля. Кстати, такой простой и наглядной возможности наблюдать линии поля мы были лишены в случае электростатического поля. На рисунках показаны расположения железных опилок в магнитных полях постоянного магнита, прямого проводника с током, кольца с током и катушки с током (вид на кольцо и катушку - сверху). А как магнитное поле воздействует на железную опилку (магнитную стрелку)? Оно **поворачивает** опилку/стрелку, располагая её вдоль линии магнитного поля. Именно поворачивает, а не притягивает или отталкивает.





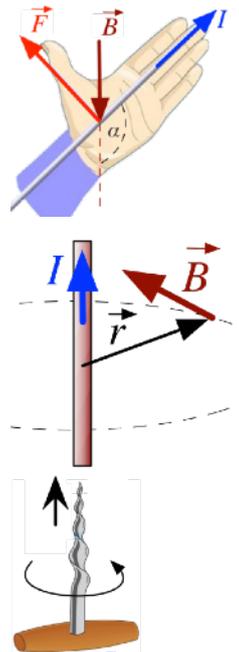
Мы поняли: линии магнитного поля ориентированы - магнитная стрелка располагается вполне определенным образом относительно линий магнитного поля. Для постоянных магнитов ту сторону магнита, откуда линии магнитного поля выходят, принято называть северным полюсом магнита (обозначать буквой N), а ту сторону, куда линии входят - южным полюсом (S). Важно подчеркнуть: *линии магнитного поля замкнуты (об этом чуть ниже), они проходят через тело постоянного магнита насквозь.*

Причём многочисленные попытки "распилить" постоянный магнит пополам и выделить отдельно магнит только с северным полюсом и магнит только с южным полюсом приводили к появлению двух магнитов и с северным и с южным полюсом каждый.



Давайте вспомним как нам преподавали магнетизм в школе. Последовательность была такая:

- опыты с магнитами-токами;
- все магнитные явления - это взаимодействие объектов (постоянных магнитов, проводников с током) с магнитным полем;
- основной характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции \vec{B} [Тесла - Тл];
- силовые линии магнитного поля - воображаемые линии, касательные к которым в каждой точке поля совпадают по направлению с вектором магнитной индукции \vec{B} . В реальном поле никаких силовых линий нет;
- закон Ампера: на проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует сила $F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$. Направление силы - по правилу левой руки;
- модуль вектора магнитной индукции \vec{B} определяется как отношение максимальной силы, с которой магнитное поле действует на проводник единичной длины в 1 м, к силе тока в проводнике. Его направление определяется по правилу правой руки (правилу буравчика);
- и уж только потом сообщалось, что прямолинейный проводник с током создаёт магнитное поле $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$.



Повторяется история со школьными объяснениями про Электростатику. И главное, что меня не устраивает в такой последовательности изложения: а) "что-то" порождает магнитное поле, а порождённое магнитное поле оказывает силовое воздействие на постоянные магниты и проводники с током: "что-то" \Rightarrow поле \Rightarrow воздействие; б) в "школьной логике" поле (вектор магнитной индукции \vec{B}) определяется через силу - величину вторичную.

Как и в Электростатике, восстанавливаем логику Электродинамики.

Начинаем с магнитостатики - токи и магнитные поля постоянны.

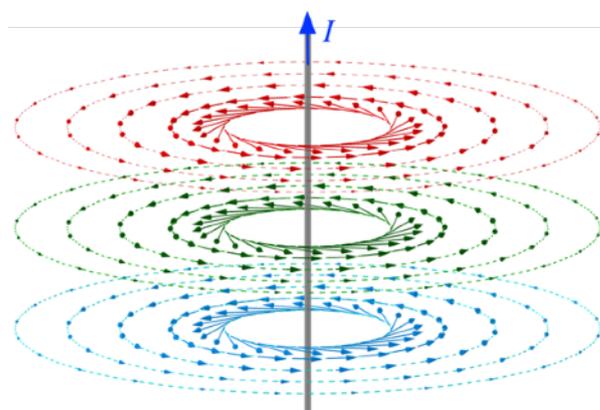


Настоятельно рекомендую вам перечитать разделы в Истории про Электростатику, касающиеся понятий векторного поля и потока векторного поля¹.

Итак, мы пришли к выводу, что:

- магнитное поле - это ориентированное в пространстве векторное поле и вектор магнитной индукции \vec{B} - основная силовая характеристика магнитного поля;
- математическим средством описания магнитного поля является математическое векторное поле, а математическим инструментом для работы с ним - векторный анализ (аналогично электростатическому полю).

Изображение магнитного поля В смысле изображения электростатическое поле проще магнитного: из формулы $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ следует, что вектор силы \vec{F} и вектор напряженности \vec{E} всегда лежат в одной плоскости. Поэтому, понимая, что электростатическое поле трехмерно, мы могли для многих задач изображать его плоское сечение. Магнитное поле *трехмерно "математически"*: направление силы по закону Ампера надо определять с помощью правила левой руки (вектора \vec{B} , \vec{F} и \vec{I} не лежат в одной плоскости), сила Лоренца - сила, действующая на движущуюся заряженную частицу в магнитном поле - определяется как векторное произведение векторов: $\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ - и они тоже не лежат в одной плоскости. Вывод: для представления магнитного поля надо включить пространственное воображение и рисовать трехмерные картинки. Магнитное поле можно изображать в виде множества векторов магнитной индукции, либо в виде набора силовых линий. Мы понимаем, что нарисовать *ВСЕ* вектора невозможно (да и не нужно). Картинки нам нужны для качественной оценки задачи.



С помощью графической математической программы GeoGebra я смоделировал простейшее *трехмерное* векторное магнитное поле прямолинейного проводника с током (с помощью формулы $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$).

Изобразил лишь три слоя векторов \vec{B} и силовых линий - вполне достаточно для качественного анализа.

Ну вот, мы готовы к главному:

¹ Ну уж про векторное произведение векторов я даже не говорю - мы его использовали много раз.

→ Второе уравнение Максвелла

Это уравнение выглядит так: $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ - поток вектора магнитной индукции \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю. Оно ещё проще первого уравнения Максвелла про электростатическое поле $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q$. (Вектор $d\vec{S}$ трактуется как единичный вектор нормали \vec{n} , умноженный на площадь кусочка dS).

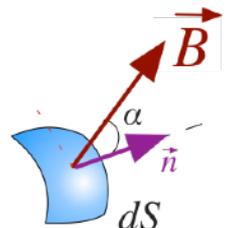
Уравнение несёт глубокий смысл:

- уравнение - векторное, трёхмерное.
- **магнитные заряды не существуют !!!** (сравните с первым уравнением Максвелла: там поток вектора \vec{E} равен сумме электрических зарядов: поскольку магнитных зарядов нет, то и поток вектора \vec{B} равен 0).
- так что же создаёт магнитное поле? **Токи и только токи**². А как же постоянные магниты? Уж больно они похожи на магнитные заряды. В постоянных магнитах магнитное поле тоже создают токи, проявляющиеся из-за движения электронов по орбитам в атомах³.
- а коли магнитных зарядов не существует, то **силовые линии магнитного поля замкнуты**. И, следовательно, магнитное поле является **вихревым** (в отличие от электростатического - потенциального поля). Ну об этом - чуть позже.
- замкнутая поверхность, по которой мы считаем поток - произвольная. То есть - **любая**. Мы её сами выбираем из соображений удобства для каждой задачи. Ещё раз скажу: эта поверхность - воображаемая, математическая.

Мы уже примерно представляем как располагаются вектора магнитной индукции \vec{B} и силовые линии разных источников магнитного поля. Проиллюстрируем на их примере второе уравнение Максвелла. Для доходчивости будем брать в качестве замкнутой поверхности сферу. Как будем считать поток вектора \vec{B} через эту сферу? Да также, как и в случае с электростатическим полем: бьём поверхность сферы на маленькие кусочки dS , считаем элементарные потоки вектора \vec{B} на этих кусочках как $d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$, а потом складываем элементарные потоки в единый поток $\Phi = \sum d\Phi = \sum \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$.

Знак " \oint_S " (интеграл по замкнутой поверхности S) во втором уравнении

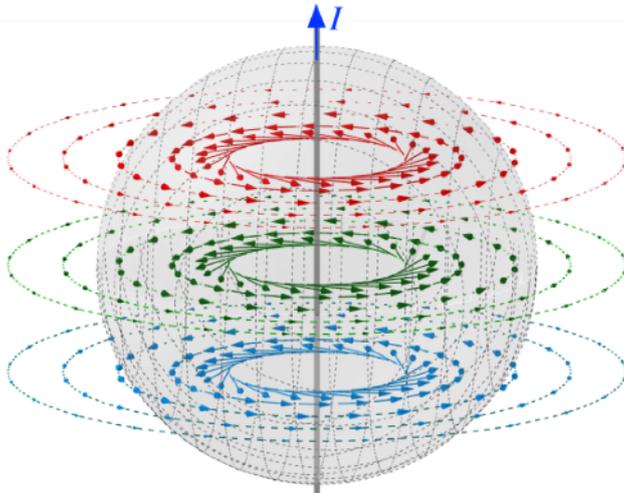
Максвелла как раз и означает суммирование элементарных потоков. Векторы нормали \vec{n} на каждом кусочке должны быть направлены единообразно: например, с поверхности наружу.



² А токи - это движущиеся заряды.

³ Об этом мы поговорим чуть позже в разделе "Магнитное поле в среде".

Поток вектора магнитной индукции \vec{B} поля прямолинейного проводника с током через сферу

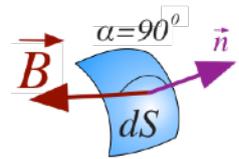


Поместим центр нашей сферы точно на осевую линию прямолинейного проводника с током. Картинка становится симметричной как относительно этой осевой линии, так и относительно горизонтальной плоскости, проходящей через центр сферы.

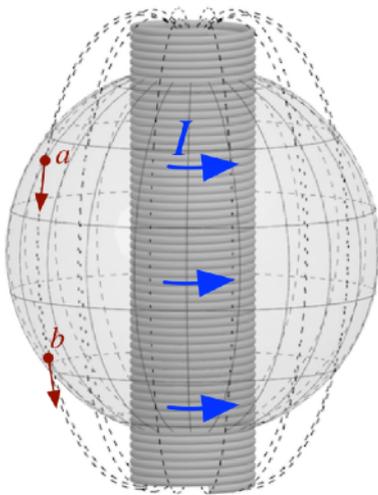
Начинаем считать поток вектора \vec{B} через нашу сферу так, как описали в предыдущем абзаце. И обнаруживаем, что каждый элементарный поток $d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$ равен нулю:

$d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0$. Почему? Да потому, что на любом кусочке dS сферы вектор \vec{B} направлен по касательной к

поверхности сферы, и угол между вектором нормали \vec{n} и вектором \vec{B} равен 90 градусов ($\cos\alpha = 0$). Поэтому все элементарные потоки равны 0, а значит и **полный поток равен 0**.



Поток вектора магнитной индукции \vec{B} поля катушки с током через сферу



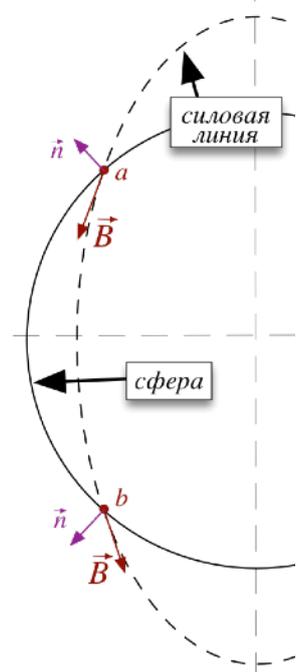
По виткам катушки в форме спирали течёт ток I . На рисунке я условно (но в полном соответствии с законами магнетизма) изобразил силовые линии порождаемого магнитного поля. У катушки есть ось симметрии. Выберем нашу сферу так, чтобы её центр находился на этой оси. Картинка становится симметричной и относительно горизонтальной плоскости, проходящей через центр сферы.

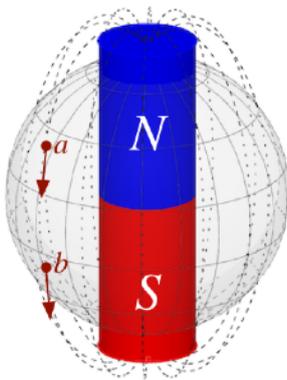
Начинаем считать поток вектора \vec{B} через нашу сферу.

Рассмотрим точку a на пересечении силовой линии магнитного поля и сферы. Рассмотрим также точку b , симметричную точке a относительно горизонтальной плоскости симметрии. На рисуночке справа я изобразил вертикальное сечение с этими

точками. И я утверждаю, что **элементарный поток вектора \vec{B} в точке a равен элементарному потоку вектора \vec{B} в точке b с обратным знаком**.

Почему? В точках a и b из соображений симметрии величины векторов \vec{B} равны. А вот угол между вектором нормали \vec{n} и вектором \vec{B} в точке a равен углу между вектором нормали \vec{n} и вектором \vec{B} в точке b минус π (в радианах). Это очевидно из рассмотрения элементарной геометрии. А $\cos\alpha = -\cos(\pi - \alpha)$, значит и $d\Phi_a = -d\Phi_b$. А это значит, что у любой точки (кусочка dS) на поверхности сферы найдётся симметричная точка (кусочек dS) такая, что $d\Phi_a + d\Phi_b = 0$. А значит и **полный поток**, составленный из таких пар элементарных потоков, **равен 0**.





Точно такие же рассуждения можно применить и при расчете потока вектора \vec{B} поля постоянного магнита и убедиться, что **полный поток равен 0**.

Мы рассмотрели два простых примера магнитных полей. Мы воспользовались симметричной во всех отношениях сферой как замкнутой поверхностью и из соображений симметрии довольно легко убедились, что второе уравнение Максвелла справедливо для них. Но **второе уравнение Максвелла справедливо и для любых магнитных полей и для любых замкнутых поверхностей**.

Подытожим. Что нам дало второе уравнение Максвелла:

- поток вектора \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю;
- магнитные заряды не существуют;
- магнитное поле порождают токи;
- силовые линии магнитного поля замкнуты; магнитное поле является вихревым.

Что ещё к этим знаниям можно добавить⁴?



- Принцип суперпозиций: *Индукция магнитного поля, создаваемого в данной точке системой токов, есть векторная сумма индукций магнитных полей отдельных токов.*
- Принцип "я себя не чувствую": *ток не взаимодействует с порождённым им магнитным полем.*
- Скорость распространения изменений (возмущений) магнитного поля (да и всех электромагнитных полей) в пространстве равна *скорости света*.



Вдумчивый ученик тянет руку и спрашивает: "Это всё понятно. Но вот если вспомнить Электростатику, то там первое уравнение Максвелла напрямую связывало электростатическое поле с порождающим его зарядом. И это же уравнение было основой для расчета произвольных электростатических полей. Магнитное поле порождается токами⁵. Второе же уравнение Максвелла никак не связывает магнитное поле с токами. Как же считать магнитные поля? Откуда, например, взялась формула для магнитного поля прямолинейного проводника с

$$\text{током } B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}?"$$

В десяточку, вдумчивый ученик. Второе уравнение Максвелла описывает по сути свойства магнитных полей и не даёт формул для их расчета (что однако не уменьшает его важности). Так как же считать магнитные поля? Коль все четыре уравнения Максвелла описывают всю классическую электродинамику, то где-то в них должен быть ответ на этот вопрос. С первыми двумя мы уже знакомы. Значит в оставшихся двух есть "магнитные" формулы? Точно.

⁴ Об этих принципах подробнее смотри в "Истории про Электростатику".

⁵ Напоминаю: мы говорим про Магнитостатику - про постоянные магнитные поля и токи.

→ Четвёртое⁶ уравнение Максвелла

Это уравнение называют также "Теоремой о циркуляции магнитного поля". В общем виде оно выглядит вот так: $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = I + \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Не падайте в обморок -

всё не так страшно. Это уравнение обобщает случай порождения магнитного поля как током, так и изменяющимся электростатическим полем. Но мы говорим о Магнитостатике, в которой и токи и поля постоянны. Поэтому слагаемое $\frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (скорость изменения потока электростатического поля) равно нулю. И четвёртое уравнение Максвелла для Магнитостатики выглядит так: $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = I$. Уже легче. Вот оно-то как

раз и связывает вектор индукции магнитного поля \vec{B} с породившим его током. И в такой форме оно поразительно похоже на первое уравнение Максвелла. Не находите? Но я не буду испытывать ваше терпение и мучить вас формулами со страшными интегралами \oint_S . Там, где можно обойтись без них, будем обходиться без них. Но в институте вам всё равно от них никуда не деться.

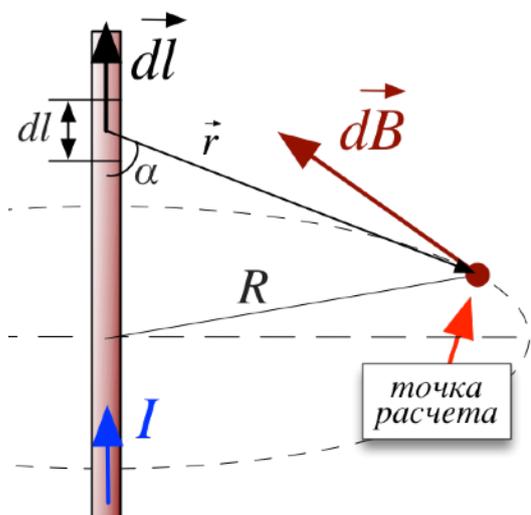
Напомню:



Ток - это поток движущихся зарядов ($I = \frac{dq}{dt}$) !!!

→ Закон Био - Савара - Лапласа

В 1820 году два французских физика Жан-Батист Био и Феликс Савар сформулировали закон, ставший *таким же важным в магнитостатике, как и закон Кулона в электростатике*. Математик и физик Пьер Симон Лаплас придал ему современную математическую форму. Закон Био-Савара-Лапласа является наиболее полным формальным обобщением взаимосвязи между электрическим током и магнитным полем. На основе его Максвелл сформулировал свое четвертое уравнение. Закон Био - Савара - Лапласа не проходят в школе (теряюсь в догадках - почему), хотя формулами, вытекающими из него, пользуются.



Прямолинейный проводник с током

Имеем тонкий прямой проводник с током. Хотим посчитать вектор магнитной индукции \vec{B} в некоторой точке (точке расчёта), отстоящей от проводника на расстоянии R .

Разобьём проводник на очень маленькие кусочки dl (элементарные участки тока). Пусть: $d\vec{l}$ - вектор длиной dl , направленный в ту сторону, куда течет ток; \vec{r} - радиус-вектор от кусочка dl к точке расчёта; r - длина радиус-вектора.

⁶ Нумерацию уравнений Максвелла придумал не я.

Закон Био - Савара - Лапласа утверждает, что элементарный участок тока $d\vec{l}$ создаёт в точке расчёта элементарную индукцию $d\vec{B}$ в соответствии с формулой:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2} \text{ или в векторной форме } \vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3} \quad (\mu_0 - \text{магнитная}$$

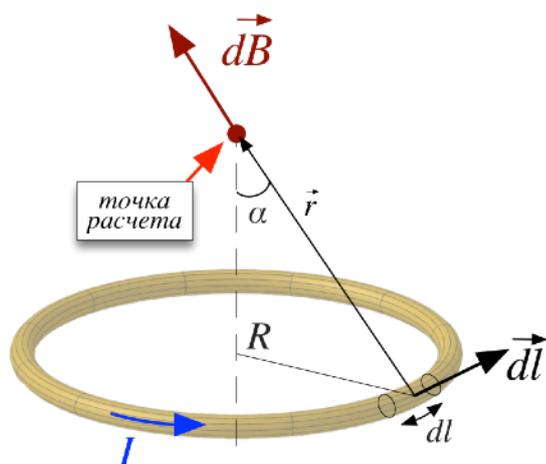
постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м). А чтобы посчитать полную магнитную индукцию \vec{B} в точке расчёта, надо просуммировать (в соответствии с принципом суперпозиций) все элементарные индукции $d\vec{B}$ ото всех элементарных участков тока $d\vec{l}$. Да, закон Био - Савара - Лапласа по сути дифференциальный (для маленьких кусочков тока) и подразумевает в конце интегрирование (суммирование) по всем $d\vec{B}$.

Но добрые умные люди уже проинтегрировали по всем $d\vec{B}$ и получили выражение для величины магнитной индукции прямолинейного проводника с током в точке, отстоящей от

$$\text{проводника на расстоянии } R: B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} \text{ или в векторной форме } \vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\vec{I} \times \vec{R}}{R^2}$$

(вектор \vec{I} трактуется как вектор длиной I , направленный по току, вектор \vec{R} трактуется как вектор длиной R , направленный от проводника к точке расчёта). Векторная форма этой формулы определяет направление вектора \vec{B} из векторного произведения $\vec{I} \times \vec{R}$. А для кого векторное произведение непонятно - пользуемся правилом буравчика - правилом правой руки. Ну и совершенно очевидно, что величина магнитной индукции для всех точек, отстоящих от проводника на расстоянии R , будет одинакова. Но направления векторов будут при этом меняться (смотри картинку выше).

Ещё одно применение закона Био - Савара - Лапласа.



Круговой проводник с током

Имеем круговой проводник с током радиуса R . Хотим посчитать вектор магнитной индукции \vec{B} в некоторой точке (точке расчёта), лежащей на вертикальной оси нашего кругового проводника.

Опять разбиваем проводник на очень маленькие кусочки $d\vec{l}$ (элементарные участки тока). Пусть: $d\vec{l}$ - вектор длиной dl , направленный по касательной к круговому проводнику в ту сторону, куда течет ток; \vec{r} - радиус-вектор от кусочка $d\vec{l}$ к точке расчёта; r - длина радиус-вектора.

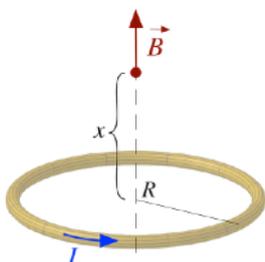
Закон Био - Савара - Лапласа опять утверждает, что элементарный участок тока $d\vec{l}$ создаёт в точке расчёта элементарную индукцию $d\vec{B}$ в соответствии с формулой:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2} \text{ или в векторной форме } \vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}. \text{ Ну а дальше, как}$$

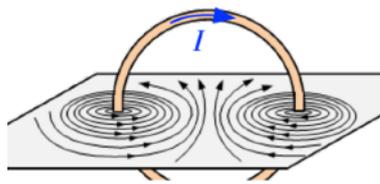
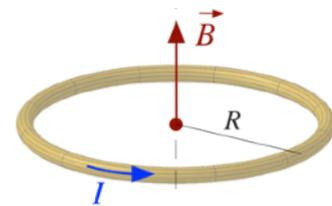
и в предыдущем случае, для того, чтобы посчитать полную магнитную индукцию \vec{B} в точке расчёта, надо просуммировать все элементарные индукции $d\vec{B}$ ото всех элементарных участков тока $d\vec{l}$.

Опять умные люди уже проинтегрировали по всем $d\vec{B}$ и получили

$$\text{результат: } B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$



А в центре кругового проводника ($x = 0$): $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$.



А как будут выглядеть силовые линии магнитного поля кругового проводника с током? Да вот примерно так (показано плоское сечение. Понятно, что у поля в целом будет радиальная симметрия).

С помощью закона Био - Савара - Лапласа можно посчитать магнитное поле любого проводника с током.

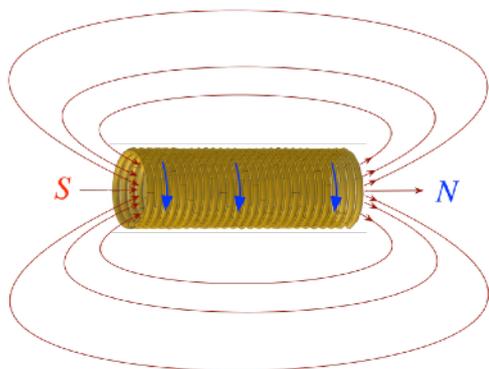


"Ой, как-то всё сложно! Какие-то кусочки dl , интегрирование. В электростатике попросте было" - скажет чуть-чуть ленивый ученик.

В электростатике было попросте только с точечными зарядами. Закон Кулона сразу давал величину вектора \vec{E} для точечного заряда. А для проводников с распределенными зарядами тоже приходится интегрировать. В магнитостатике, естественно, никаких "точечных токов" нет. Вот и приходится бить проводник на кусочки dl .

Кстати, в Электростатике мы встречались с электрической постоянной ϵ_0 , в магнитостатике мы встретили магнитную постоянную μ_0 . А знаете как они связаны?

Довольно неожиданно: $\epsilon_0 \cdot \mu_0 = \frac{1}{c^2}$, где c - скорость света в вакууме.



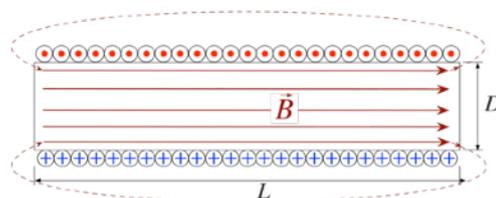
Катушка с током (соленоид)

Имеем катушку с током - равномерно и плотно намотанные на цилиндр витки проводника. По проводнику течет ток. Магнитное поле катушки с током имеет такой вид.

Но каждый виток этой катушки - это круговой проводник с током, о котором мы говорили чуть выше. Поэтому катушку можно рассматривать как N соосных круговых проводников с током.

А если у такой катушки диаметр много меньше её длины ($D \ll L$), то **внутри катушки образуется однородное магнитное поле**, величина которого определяется как

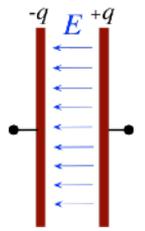
$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{L} = \mu_0 \cdot I \cdot n$, где n - число витков на единицу длины катушки.



На рисунке изображено вертикальное сечение катушки и магнитное поле внутри неё. Напоминаю, что направление тока на плоских рисунках традиционно изображаются в виде острия и оперения стрелы.



Итак, внутри длинной катушки с током магнитное поле считается однородным (на концах катушки возникают краевые эффекты). Вам это ничего не напоминает?



Как же, как же! В плоском конденсаторе, у которого расстояние между пластинами много меньше их линейных размеров, внутри образуется **однородное** электростатическое поле. Похоже?

=====

Мы рассмотрели три вида проводников с током (прямолинейный, круговой и катушка) и определили виды и формулы магнитных полей, которые они создают. Понятно, что это некоторые идеальные модели (прямолинейный проводник бесконечен, круговой - идеально круговой, у катушки $D \ll L$). Но на этих моделях строится подавляющее большинство школьных задач по магнитостатике.

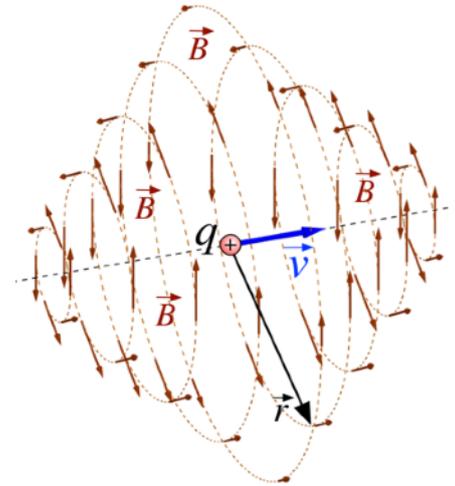
➡ Магнитное поле движущегося заряда

Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. В то же время электрический ток является упорядоченным движением электрических зарядов ($I = \frac{dq}{dt}$).

Таким образом, любой движущийся заряд создает вокруг себя магнитное поле. Для случая движения заряда со скоростями много меньше скорости света (дорелятивистскими скоростями) это поле можно

посчитать так: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot (\vec{v} \times \vec{r})}{r^3}$ (r - радиус-вектор от

заряда к точке вычисления). Заряд движется и поле движется вместе с ним. В лабораторных условиях можно наблюдать магнитные поля свободно движущихся электронов и протонов.



Итак,

Магнитное поле создаётся движущимися зарядами (токами) и действует на движущиеся заряды (токи)!

Чуть позже мы немного уточним этот факт.

➔ Магнитные свойства веществ

Всё предыдущее рассматривалось нами происходящим в вакууме и все выведенные формулы относятся к этому случаю. Теперь поговорим о магнетизме в веществе (в среде).

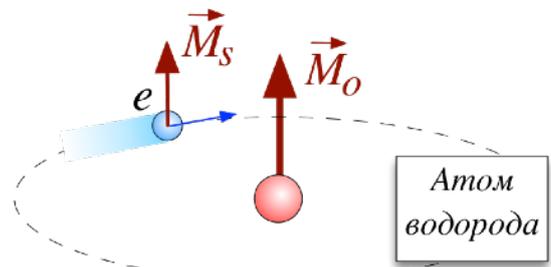
Хочется найти ответы на вопросы:

- как внешнее магнитное поле влияет на вещество?
- как внешнее магнитное поле ведёт себя в веществе?
- откуда берутся постоянные магниты?

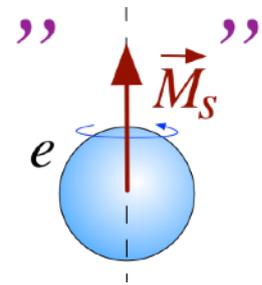
Когда мы говорили про *электростатическое* поле в среде, то там было всё достаточно просто: в диэлектриках (не-проводниках тока) внешнее электростатическое поле уменьшается за счет поляризации атомов и молекул диэлектрика; в проводниках же внешнее поле исчезает полностью за счет электростатической индукции.

С магнитным полем всё разнообразнее.

Рассмотрим простейший атом - атом водорода. Вокруг положительно заряженного ядра (протона) на круговой орбитали вращается электрон. Электрон - отрицательно заряженная частица. А мы уже знаем, что движущаяся заряженная частица создает магнитное поле. Для атомов такое магнитное поле принято выражать через орбитальный магнитный момент \vec{M}_O ⁷. Это понятно, но это ещё не всё.

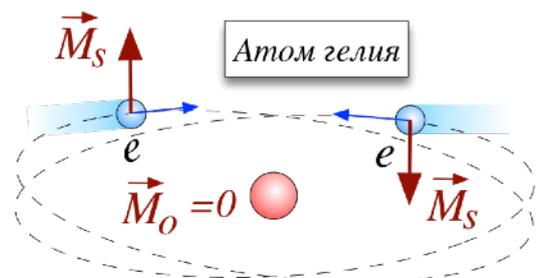


У самого электрона, как и у всякой элементарной частицы, есть одна чисто *квантово-механическая векторная характеристика - спин*. Очень условным (настолько условным, что я даже рисуночек взял в кавычки) механическим аналогом спина является его представление как момента импульса заряженного сферического тела, вращающегося вокруг своей оси. Наличие у электрона спина (и спинового магнитного момента \vec{M}_S) порождает дополнительную составляющую магнитного поля атома - спиновую. При этом орбитальная и спиновые составляющие магнитного поля атома складываются⁸. И атом водорода в целом имеет ненулевое магнитное поле.



Протон (и нейтрон) как элементарные частицы тоже обладают спинами и, следовательно, имеют магнитные моменты. Но их магнитные моменты почти на три порядка меньше магнитного момента электрона. Поэтому считают, что *магнитные свойства отдельно взятого атома целиком определяются магнитными свойствами его электронов*.

А вот взглянем на атом следующего после водорода элемента - гелия. У него на круговой орбитали вращаются два электрона с противоположными спинами. В результате их орбитальные и спиновые магнитные моменты взаимно компенсируются. И у атома гелия собственное магнитное поле равно нулю.



⁷ *Магнитный момент* контура с током равен произведению силы тока в контуре на площадь, охватываемую контуром. Его направление совпадает с направлением вектора индукции магнитного поля в середине контура.

⁸ Главный вклад в магнитный момент атома дают спиновые магнитные моменты электронов.



А из примера с гелием можно сделать вывод: *магнитные свойства атома определяются магнитными свойствами электронов на внешней оболочке атома.* Все внутренние электронные оболочки заполнены и магнитные моменты (орбитальные и спиновые) электронов на них взаимно компенсируются. Если внешняя электронная оболочка атома заполнена электронами, то у такого атома магнитное поле равно нулю. Если же не заполнена, то атом обладает собственным ненулевым магнитным полем. И магнитные свойства атомов с аналогичными внешними электронными оболочками сходны.

Вещества, у атомов которых собственное магнитное поле равно нулю, называются *диамагнетиками*. Вещества, у атомов которых собственное магнитное поле не равно нулю, называются *парамагнетиками*. И они ведут себя по-разному во внешнем магнитном поле.

Диамагнетик - магнитное поле атома = 0.
Парамагнетик - магнитное поле атома > 0.

Когда мы говорили про Электростатику, то для описания поведения электростатического поля в среде мы использовали понятие диэлектрической проницаемости ϵ , показывающей во сколько раз электростатическое поле в среде меньше, чем это же поле в вакууме:

$$\epsilon = \frac{E_0}{E_{cp}} (\epsilon \geq 1).$$

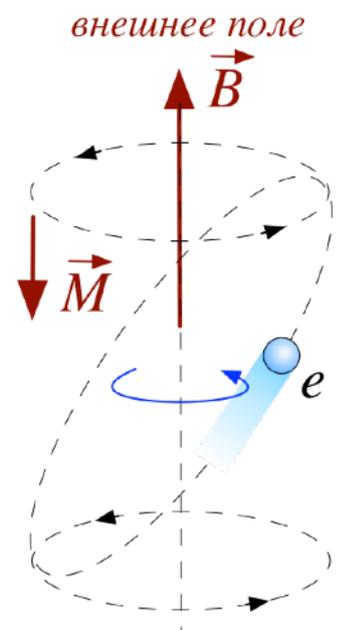
В магнитостатике используется понятие *магнитная проницаемость μ* , показывающая во сколько раз увеличивается магнитная индукция в среде по сравнению с магнитной

индукцией в вакууме: $\mu = \frac{B_{cp}}{B_0}$. И так, "включаем" внешнее магнитное поле!

■ **Диамагнетик во внешнем магнитном поле**

Напомню, атом диамагнетика нейтрален в магнитном отношении.

При внесении диамагнитного атома во внешнее магнитное поле возникают электромагнитные силы, стремящиеся ориентировать плоскости электронных орбит перпендикулярно полю. Так как электрон на орбите подобен крутящемуся волчку, то под действием этих сил электронная орбита будет совершать так же, как и волчок, дополнительное равномерное вращение (прецессию) вокруг оси, совпадающей с направлением поля. В результате создаётся некоторый дополнительный магнитный момент \vec{M} , ориентированный против внешнего поля⁹. Таким образом, атомы диамагнетика становятся элементарными магнетиками, результирующее поле которых направлено против внешнего поля - и, в соответствии с принципом суперпозиций, *уменьшается* и суммарное поле. Поэтому для диамагнетиков $\mu < 1$, а поскольку величина этого уменьшения невелика, то $\mu \lesssim 1$. В табличке приведены значения μ (точнее: $(1 - \mu)$ для компактности записи) для некоторых диамагнетиков.

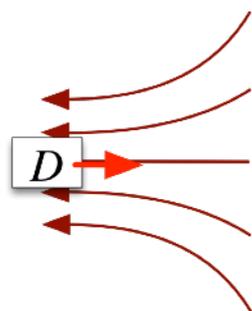


⁹ Я ловко это объяснил "на пальцах" (по большому счету - всё верно). Однако не надо забывать, что диамагнетизм - квантовое явление. Именно квантовый характер диамагнетизма объясняет почему газообразный водород (хоть у его атома есть магнитный момент) - диамагнетик, а жидкий водород - парамагнетик.

Если же внешнее магнитное поле "выключить", то атомы¹⁰ диамагнетика возвращаются в исходное ненамагниченное состояние.

Явление диамагнетизма (уменьшения внешнего магнитного поля) присуще всем веществам. Ведь описанный выше процесс прецессии электронной орбиты под действием внешнего магнитного поля и порождение встречного магнитного момента происходит со всеми атомами (диамагнетиками и парамагнетиками). Другое дело, что у парамагнетиков их парамагнетические свойства сильнее их диамагнетических свойств.

Диамагнетик	$(1 - \mu) \cdot 10^{-6}$
Каменная соль	12,6
Стекло	12,6
Вода	9
Кварц	15,1
Висмут	176



У диамагнетиков есть ещё одно интересное свойство: если диамагнетик поместить в *неоднородное* внешнее магнитное поле, то на него начнёт действовать сила, стремящаяся вытолкнуть диамагнетик в сторону уменьшения этого поля.



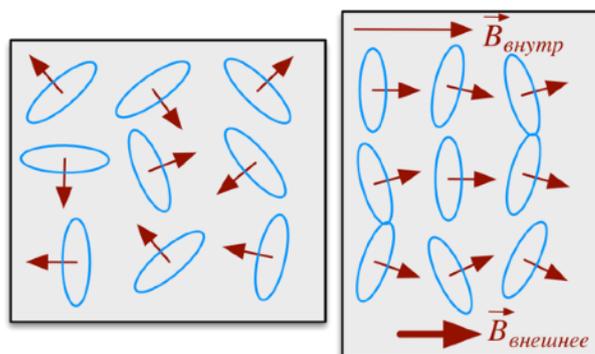
И на этом основана **диамагнитная левитация** - возможность заставить парить диамагнетик над магнитом. Помните знаменитую парящую лягушку

нобелевского лауреата Андрея Гейма? Лягушка - диамагнетик? - спросите вы. Да. Более того, человек - диамагнетик. Так что, если взять магнит посильнее, то и вы можете воспарить¹¹.



■ Парамагнетик во внешнем магнитном поле

Атомы (молекулы) парамагнетиков обладают собственным магнитным моментом. В отсутствии магнитного поля магнитные моменты атомов и молекул вследствие теплового движения ориентированы хаотически, поэтому их средняя намагниченность равна нулю. При наложении внешнего магнитного поля на атомы и молекулы начинает действовать момент сил, стремящийся повернуть их так, чтобы магнитный момент был ориентирован по направлению поля. То есть парамагнетики **усиливают** внешнее поле. Но усиливают они его слабо ($\mu \gtrsim 1$). Парамагнетики относятся к слабомагнитным веществам. Полной ориентации атомов в магнитном поле препятствует их тепловое движение, поэтому способность парамагнетиков усиливать внешнее поле зависит от температуры. В табличке приведены значения μ (точнее: $(\mu - 1)$ для компактности записи) для некоторых парамагнетиков. В металлах-парамагнетиках добавляется ещё и магнитное поле от ориентации магнитных спиновых моментов свободных электронов. Поэтому μ парамагнетиков-металлов больше, чем у газов.



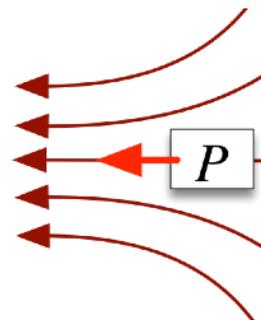
Парамагнетик	$(\mu - 1) \cdot 10^{-6}$
Азот	13
Воздух	0,38
Кислород	1,9
Алюминий	23
Платина	360

¹⁰ Если атомы вещества образуют молекулы, то всё сказанное относится и к молекулам в целом.

¹¹ Таких опытов ещё не делали, хотя теоретически это возможно.

Магнитные свойства веществ в твердом состоянии зависят не только от строения их атомов, но и от структуры кристаллической решетки. Ярким примером этого является олово. Известны две модификации этого металла в твердом состоянии: белое олово является парамагнетиком, а серое – диамагнетиком.

Парамагнетики втягиваются в магнитное поле: если парамагнетик поместить в *неоднородное* внешнее магнитное поле, то на него начнёт действовать сила, стремящаяся втянуть парамагнетик в сторону увеличения этого поля.



Но силы эти невелики: ведь вы же наверняка пробовали притянуть сильным постоянным магнитом кусочек алюминия? Не притягивается: силы трения гораздо больше сил притяжения.

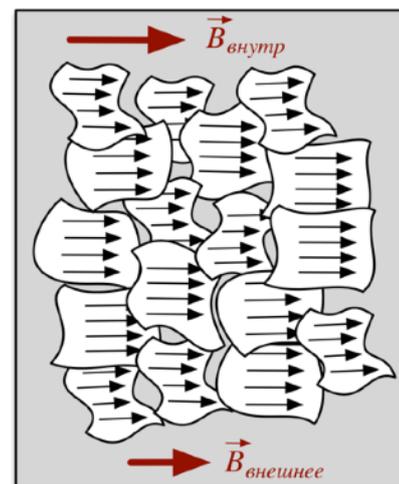
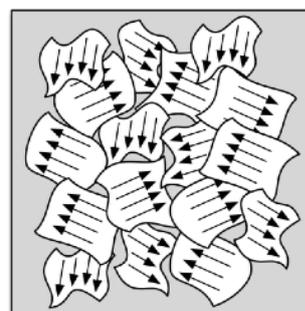
Если же внешнее магнитное поле "выключить", то атомы парамагнетика возвращаются в исходное немагнитное состояние: тепловое движение ориентирует магнитные моменты атомов хаотически.

■ Ферромагнетики

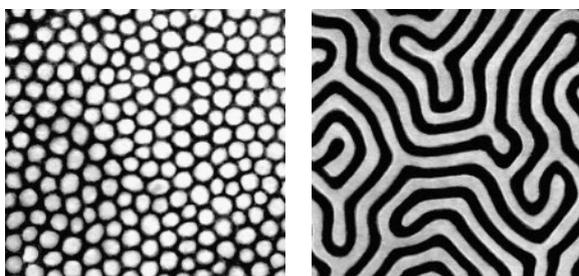
Открытие, первые исследования и применения магнетизма связаны с уникальными магнитными свойствами такого распространенного вещества, как металлическое железо. Само название этого класса магнитных материалов происходит от латинского имени железа - *Ferrum*. Главная особенность этих веществ заключается в способности сохранять намагниченность в отсутствии внешнего магнитного поля. **Все постоянные магниты относятся к классу ферромагнетиков.** Кроме железа ферромагнитными свойствами обладают его соседи по таблице Менделеева - кобальт и никель. Ферромагнетики находят широкое практическое применение, поэтому разработано много сплавов, обладающих различными ферромагнитными свойствами.

Все приведенные примеры ферромагнетиков относятся к металлам переходной группы, электронные оболочки которых содержат несколько неспаренных электронов, что и приводит к тому, что их атомы обладают значительным магнитным моментом.

В кристаллическом состоянии благодаря взаимодействию между атомами в кристаллах возникают области самопроизвольной (спонтанной) намагниченности - **домены**. Размеры этих доменов составляют десятые и сотые доли миллиметра, что значительно превышает размеры отдельного атома. В пределах одного домена магнитные моменты атомов ориентированы строго параллельно, ориентация магнитных моментов других доменов при отсутствии внешнего магнитного поля меняется произвольно. Отдельные домены можно увидеть с помощью микроскопа, если на полированную поверхность железа нанести незначительное количество мелкого железного порошка, то его частицы располагаются по границам доменов, что и делает их видимыми. Если размеры тела значительно превышают размеры отдельных доменов, то среднее магнитное поле, создаваемое доменами этого тела, практически отсутствует.



Домены под микроскопом



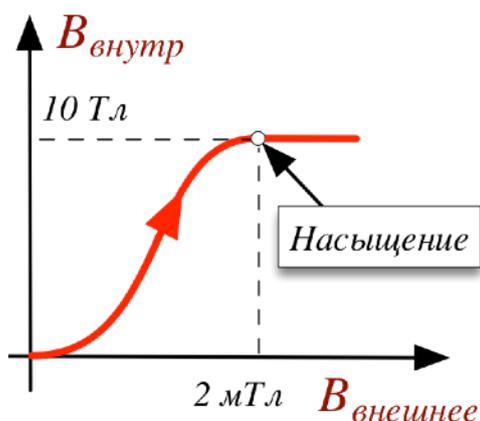
Магнетизм

При помещении ферромагнетика во внешнее магнитное поле происходит ориентация магнитных моментов целых доменов (всех атомов одновременно), поэтому даже относительно слабые магнитные поля приводят к практически полной ориентации магнитных моментов всех атомов. *Однако механического пространственного вращения участков вещества не происходит.* Процесс намагничивания связан с изменением движения электронов, но не с изменением положения атомов в узлах кристаллической решетки. Домены, имеющие наиболее выгодную ориентацию относительно направления поля, увеличивают свои размеры за счет соседних "неправильно ориентированных" доменов, поглощая их. При этом поле в веществе возрастает весьма существенно.

Ферромагнетик	μ
Железо	5000
Никель	1100
Кобальт	175
Пермаллой	150 000
Чугун	800

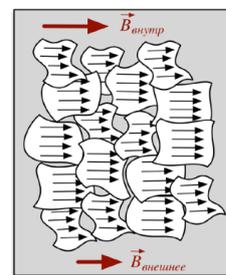
Магнитная проницаемость ферромагнетиков достигает нескольких тысяч и десятков тысяч ($\mu \gg 1$).

Как и для парамагнетиков, ориентации магнитных моментов препятствует тепловое движение, поэтому магнитные свойства ферромагнетиков сильно зависят от температуры. *Тепловое движение - враг любой упорядоченности!* Более того, для каждого ферромагнетика существует значение температуры, при котором доменная структура полностью разрушается, и ферромагнетик превращается в парамагнетик. Это значение температуры называется точкой Кюри. Для чистого железа значение температуры Кюри приблизительно равно 900°C .

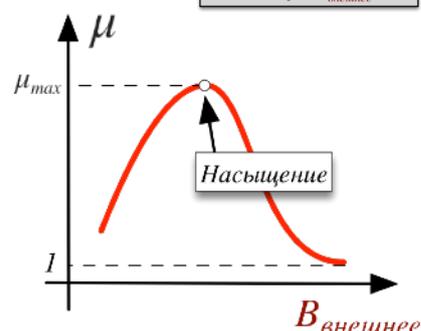


Давайте внимательно рассмотрим процесс намагничивания ферромагнетика во внешнем магнитном поле. Возьмем размагниченный ферромагнетик (его полное внутреннее магнитное поле $B_{\text{внутр}}$ равно нулю в исходном состоянии). Начнём постепенно увеличивать внешнее магнитное поле $B_{\text{внешнее}}$. Что происходит в ферромагнетике? Домены начинают ориентироваться по внешнему полю и $B_{\text{внутр}}$ возрастает. Но тепловое движение не даёт ещё всем доменам повернуться точно по полю. По мере увеличения внешнего поля $B_{\text{внешнее}}$ всё больше доменов, преодолевая тепловое движение,

ориентируются точно по внешнему полю и внутреннее поле $B_{\text{внутр}}$ продолжает расти. При достижении внешним полем определённого значения уже все домены ферромагнетика становятся ориентированными по нему. Возникает **насыщение**: если внешнее поле продолжить увеличивать, то внутреннее поле перестает расти - больше "неправильно ориентированных" доменов не осталось, из ферромагнетика "выжали" максимум возможного. Обратите внимание на цифры (они приведены для обычного железа). Насыщение возникает при внешнем поле в 2 миллиТеслы. При этом внутреннее поле ферромагнетика достигает 10 Тесла - увеличение в 5000 раз!

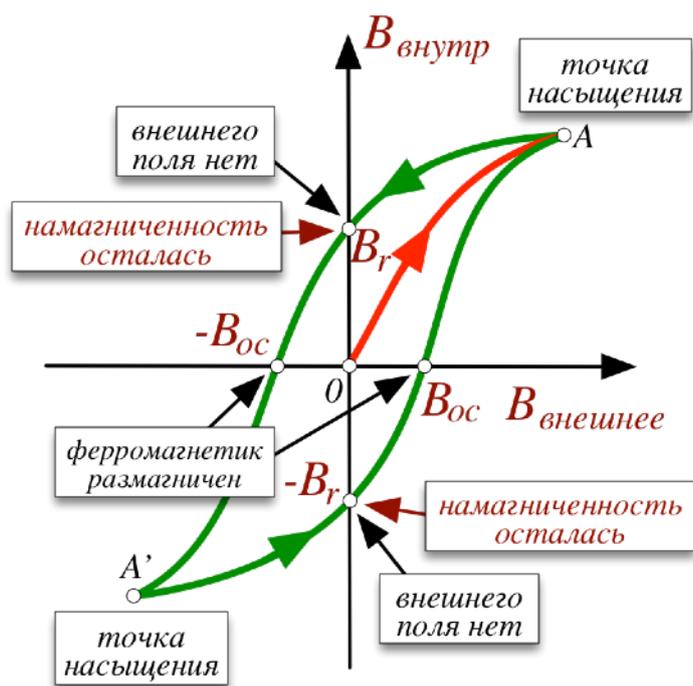


Магнитная проницаемость ферромагнетиков (которая, как мы помним, определяется как отношение величины полного поля (внутреннее плюс внешнее) к внешнему) из-за явления насыщения становится зависимой от величины внешнего поля. В точке насыщения она достигает своего максимума (именно её и указывают в таблицах μ).



А если теперь, находясь в точке насыщения, начать уменьшать внешнее поле, то что произойдет?

А произойдет много интересного.



Итак, мы находимся в точке A - точке насыщения ферромагнетика, куда мы добрались по красной кривой из точки O (из состояния полного размагничивания). Начинаем потихоньку уменьшать внешнее магнитное поле. Внутреннее магнитное поле ферромагнетика (намагниченность) тоже начинает уменьшаться, но возникает эффект "запаздывания" (зеленая кривая $A - B_r$): магнитные моменты доменов частично сохраняют первоначальную ориентацию, намагниченность оказывается больше (зеленая кривая размагничивания $A - B_r$ лежит выше красной кривой намагничивания $O - A$). Даже при полном снятии внешнего поля ($B_{\text{внешнее}} = 0$) ферромагнетик остается частично намагниченным (точка B_r). Намагниченность B_r называется

остаточной (остаточной индукцией).

Именно наличие остаточной намагниченности ферромагнетиков делает возможным существование постоянных магнитов, которые и являются ферромагнитными телами с остаточной намагниченностью, сохраняющейся в отсутствии внешних полей.

А мы продолжаем уменьшать внешнее магнитное поле. Так оно у нас и так нулевое, куда уж меньше? - скажете вы. А мы направим его в сторону, противоположную направлению внутреннего магнитного поля ферромагнетика (отрицательные значения по оси $B_{\text{внешнее}}$). Под действием такого внешнего поля всё меньше доменов сохраняют первоначальную ориентацию и как результат - внутреннее поле продолжает уменьшаться (участок $B_r - -B_{oc}$). И в какой-то момент времени, когда величина внешнего поля достигнет значения $-B_{oc}$ наш ферромагнетик полностью размагнитится ($B_{\text{внутр}} = 0$) - не останется выделенного направления в ферромагнетике, по которому ориентирована большая часть его доменов. Величину B_{oc} (индукцию внешнего поля, необходимую для полного размагничивания ферромагнетика) называют **коэрцитивной силой**.

А мы продолжаем уменьшать внешнее магнитное поле - увеличивать его в отрицательную сторону. Ферромагнетик начнет намагничиваться в противоположную сторону. И в результате достигнет точки A' - точки насыщения, но уже с противоположной по направлению намагниченностью. Ферромагнетик перемагнитился.

А теперь из точки A' начнем увеличивать внешнее магнитное поле в изначальном положительном направлении. И в результате опять доберемся до точки A по нижней зеленой кривой. Ферромагнетик снова перемагнитился. Цикл замкнулся!

Таким образом, для ферромагнетика намагниченность определяется не только намагничивающим полем, но и его (ферромагнетика) предысторией. Это явление

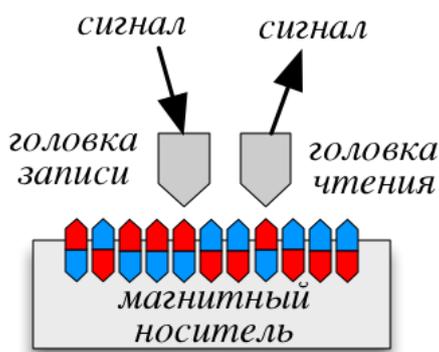
называется **магнитным гистерезисом**¹², а рассмотренная зависимость намагниченности от внешнего поля - **петлей гистерезиса**. А что значит "... зависит от предыстории"? Это значит, что **у ферромагнетика "есть память"**.

Вид кривой намагничивания (петли гистерезиса) существенно различается для различных ферромагнитных материалов. Некоторые магнитные материалы имеют широкую петлю с высокими значениями остаточной намагниченности и коэрцитивной силы, они называются **магнитно-жесткими** и используются для изготовления постоянных магнитов. Для других ферромагнитных сплавов характерны малые значения коэрцитивной силы, такие материалы легко намагничиваются и перемагничиваются даже в слабых полях. Такие материалы называются **магнитно-мягкими** и используются в различных электротехнических приборах – реле, трансформаторах, магнитопроводах и памяти на магнитных носителях.

■ **Память на магнитных носителях** В современных настольных компьютерах, ноутбуках, планшетах всё больше используется быстрая электронная память большого объёма ("твердотельная память"). У неё масса достоинств, кроме одного - цена. Поэтому в больших дата-центрах, где нужны огромные объёмы памяти, используют массивы накопителей на жёстких магнитных дисках. А раньше использовались накопители на магнитных лентах, гибких дисках. А в бортовых самописцах самолётов и кораблей (их ещё называют "чёрные ящики") и по сей день используются накопители на магнитной проволоке - этот носитель имеет наиболее высокую устойчивость к внешним воздействиям и высокую сохранность даже при повреждениях в аварийных ситуациях.



Принцип действия накопителей на магнитном носителе един. Магнитный слой накопителя делается из магнитно-мягкого ферромагнетика. Каждая единица информации (бит) имеет на носителе строго определенное положение (адрес). Этому адресу на носителе физически соответствует домен (или группа доменов) ферромагнетика. Домены эти могут быть



намагничены только в двух направлениях. Одно направление намагничивания принимается за информационную единицу, противоположное - за информационный ноль. Имеются две головки: головка чтения и головка записи. Чтение сводится к тому, что головка чтения, проходя на малом расстоянии от нужного домена (но его не касаясь), определяет направление его намагниченности и посылает соответствующий сигнал электронным схемам. Запись сводится к намагничиванию головкой записи определенного домена в соответствующем направлении.

Удельная стоимость хранения информации у накопителей на магнитных носителях самая низкая - это их неоспоримое достоинство. Но такой принцип действия подразумевает необходимость механического движения магнитного носителя (чтобы подвести нужный домен под головки чтения/записи) - а это ведет к относительно невысоким скоростям и является недостатком.

=====

Диамагнетизм, парамагнетизм и ферромагнетизм характеризуют основные магнитные свойства вещества. Существуют много веществ с промежуточными и пограничными к ним свойствами. Но это уже не наша тема.

¹² Гистерезис с греческого переводится как "запаздывание".

■ Сводная табличка магнитных свойств веществ

Всё, о чем мы говорили выше:

	Диамагнетики	Парамагнетики	Ферромагнетики
Особенности строения атома	внешние электронные оболочки заполнены	внешние электронные оболочки не заполнены	несколько незаполненных электронных оболочек
Магнитный момент атома	=0	небольшой	большой
Магнитная проницаемость	$\mu \lesssim 1$	$\mu \gtrsim 1$	$\mu \gg 1$
Внешнее магнитное поле...	чуть ослабляют	чуть усиливают	сильно усиливают
При увеличении внешнего поля...	намагниченность растёт пропорционально	в сильных внешних полях появляется насыщение	насыщение наступает в слабых внешних полях
Поведение во внешнем магнитном поле	выталкиваются в область более слабого поля	втягиваются в область более сильного поля	сильно втягиваются в область более сильного поля
При "выключении" внешнего поля...	намагниченность исчезает	намагниченность исчезает	намагниченность остаётся
При увеличении температуры...	диамагнетизм от температуры практически не зависит	парамагнетизм уменьшается	ферромагнетизм уменьшается вплоть до полного разрушения доменной структуры

Так как же изменятся формулы для расчета магнитной индукции, если действие происходит не в вакууме ($\mu = 1$), а в среде? Они чуть-чуть изменятся.



Закон Био-Савара-Лапласа, из которого выводятся все формулы для магнитной

индукции, для среды выглядит так:
$$\vec{dB} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot (\vec{dl} \times \vec{r})}{r^3}$$
, где μ -

магнитная проницаемость среды. Отсюда вывод: *все формулы для расчета магнитной индукции проводника с током, катушки с током, кругового тока и пр. надо просто умножить на μ .*

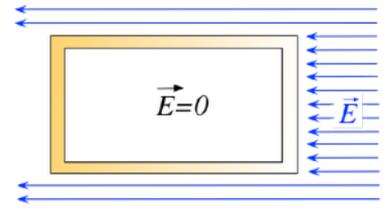
Рассмотрев магнитные свойства веществ, мы можем уточнить ранее сформулированное:



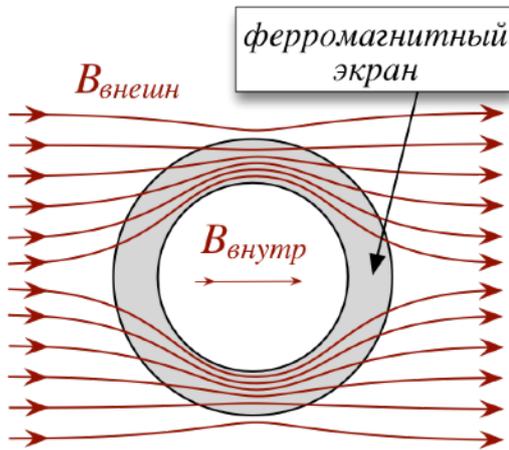
Магнитное поле создаётся движущимися зарядами (токами) и магнитными моментами электронов в атомах (постоянные магниты). **Магнитное поле действует** на движущиеся заряды (токи) и на тела, обладающие магнитным моментом (*независимо от состояния их движения*).

■ Магнитное экранирование

В Истории про Электростатику мы говорили о том, что благодаря явлению электростатической индукции внутри проводника электростатическое поле равно нулю. И это позволяет **ПОЛНОСТЬЮ** экранироваться от внешнего электростатического поля.



А можно ли защититься-экранироваться от внешнего магнитного поля? Можно. Простейшим примером такой защиты является ферромагнитный экран.



Во внутренней полости тела из ферромагнитного материала с большой магнитной проницаемостью μ , малой остаточной индукцией B_r и малой коэрцитивной силой B_{oc} внешнее магнитное поле значительно ослабляется ($B_{внутр} \ll B_{внешнее}$). Линии магнитной индукции внешнего поля как-бы затягиваются в тело ферромагнетика, а во внутренней полости его их остаётся совсем чуть-чуть.

На практике для улучшения экранирования ферромагнитные экраны делают многослойными со специальным образом подобранными ферромагнитными параметрами слоев. Существуют и другие способы защиты.

=====

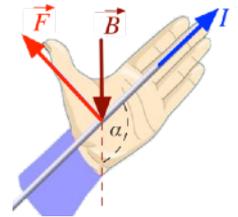
Мы рассмотрели важную тему Магнитостатики: как порождается постоянное магнитное поле. Главный вывод: **постоянное магнитное поле порождается движущимися зарядами и магнитными моментами электронов в атомах**. А токами? - спросите вы. Отвечу. Ток - это макро-понятие. Ток - это направленное движение заряженных частиц (электронов в проводнике, ионов в растворах и т.д.). Ток - это и есть движущиеся заряды. Поэтому первопричиной порождения постоянного магнитного поля являются именно движущиеся заряды.

Настало время поговорить о том, на кого и как постоянное магнитное поле действует.

→ Магнитные силы

Вспомним Электростатику. Электростатическое поле порождается зарядами. А на кого действует электростатическое поле? Правильно, электростатическое поле действует на заряды же. В Магнитостатике эта логика сохраняется: **постоянное магнитное поле порождается движущимися зарядами и магнитными моментами электронов в атомах**. А на кого действует магнитное поле? Правильно, **магнитное поле действует на движущиеся заряды и на тела, обладающие магнитным моментом же**.

Как нам в школе начинали объяснять магнитные силы? На нас "вываливали" закон Ампера: на проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует сила $F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$. Направление силы - по правилу левой руки. Откуда он взялся? На чём основан? Нам не говорили. Да, закон Ампера - это один из первых эмпирически открытых законов Магнитостатики. Но мы ведь занимаемся физикой, а не историей. Поэтому будем продолжать следовать логике Электродинамики.



Когда в Истории про Электростатику я вам рассказывал об уравнениях Максвелла, я сказал, что четыре уравнения Максвелла плюс уравнение для обобщенной силы Лоренца образуют полную систему уравнений Классической Электродинамики. Уравнение для обобщенной силы Лоренца - единственное "силовое" (то есть описывающее силы) уравнение Электродинамики. Вот об **обобщенной силе Лоренца** мы сейчас и поговорим. Обобщенная сила Лоренца позволяет определить силу, действующую на **заряженную частицу** в электромагнитном поле.

Она описывается уравнением: $\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.

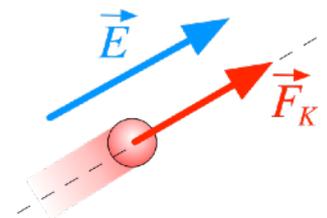
В векторном виде, с векторным произведением соответствующих векторов. Всё взрослому.

Мы сейчас говорим о частицах в постоянном магнитном поле!

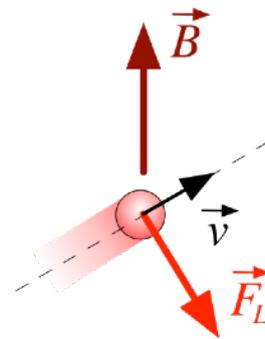
Первое слагаемое - это знакомая нам кулоновская сила. Ну а второе - тоже знакомая нам магнитная сила Лоренца из школьного раздела "Магнетизм". Обобщенная сила Лоренца включает в себя как кулоновскую силу, так и "школьную" магнитную силу Лоренца. В случае одного лишь электростатического поля обобщенная сила Лоренца становится просто кулоновской силой: $\vec{F}_K = q \cdot \vec{E}$, а в случае одного лишь магнитного поля - становится "школьной" магнитной силой Лоренца $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.

Давайте внимательно взглянем на уравнение $\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. И мы придем к очень интересным выводам.

Кулоновская сила действует как на неподвижные, так и на движущиеся заряды (в её формулу скорость не входит). Вектор кулоновской силы параллелен вектору электростатической напряжённости. Кулоновская сила увеличивает скорость движения частицы в направлении своего действия - **кулоновская сила совершает работу**. Об этом и об энергетике электростатического поля мы много говорили в Истории про Электростатику.

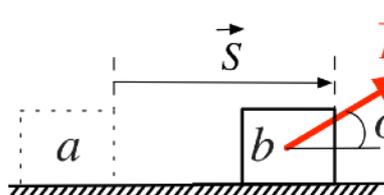


Теперь смотрим на магнитную силу Лоренца, действующую на движущуюся заряженную частицу. Эта сила появляется только тогда, когда заряженная частица движется (в формулу явно входит скорость). А каково направление действия этой силы? А направление определяется векторным произведением \vec{v} на \vec{B} (или правилом левой руки для тех, кому векторное произведение не мило).



! И направление этой силы перпендикулярно вектору скорости! А из этого следует что? А из этого следует, что *магнитная сила Лоренца не изменяет величины скорости движущейся частицы, она лишь меняет направление этого вектора скорости!* Она изменяет траекторию движения частицы, заворачивая её, и выступает в роли центростремительной силы. Это важное наблюдение.

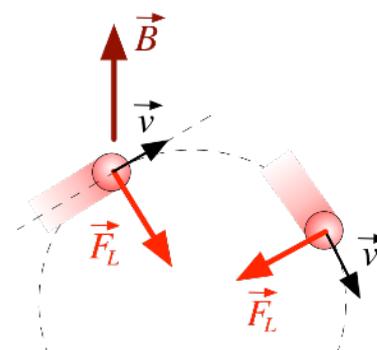
А давайте спросим: какую работу совершает магнитная сила Лоренца? Как мы считаем работу силы? Да как всегда:



$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos\alpha,$$

где α - угол между вектором силы и вектором перемещения. А давайте распишем элементарную работу, которую совершает магнитная сила Лоренца на маленьком перемещении $d\vec{S}$.

Вот: $dA_L = \vec{F}_L \cdot d\vec{S} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} \cdot dt$ (мы представили перемещение $d\vec{S}$ как скорость умножить на время). И что? - спросите вы. Как что! В предыдущем абзаце мы поняли, что направление магнитной силы Лоренца *перпендикулярно* вектору скорости. А чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов $\vec{F}_L \cdot \vec{v}$? Нулю! $\cos 90^\circ = 0$. То есть $dA_L = 0$!



И отсюда - главный вывод:



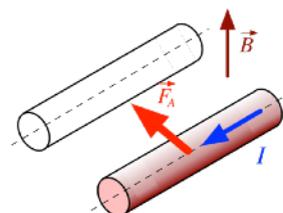
Магнитная сила Лоренца не совершает работы над движущимся зарядом!

Вспомним Электростатику - электростатическое поле *потенциально*. Это значит, что заряд, помещенный в электростатическое поле, обладает потенциальной энергией и электростатическое поле может совершить механическую работу по перемещению заряда.

Когда в начале нашей Истории мы говорили о втором уравнении Максвелла, то пришли к выводу, что *силовые линии магнитного поля замкнуты* и магнитное поле является *вихревым*. И только что пришли к выводу, что магнитная сила не совершает работы над движущимся в магнитном поле зарядом. А, следовательно, и бессмысленно говорить о потенциальной энергии движущегося в магнитном поле заряда. Магнитное поле не потенциально. *В этом и состоит вихревой характер магнитного поля.*

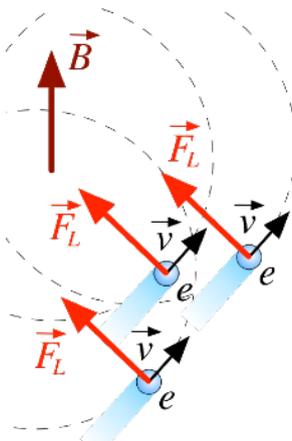


Вдумчивый ученик опять тянет руку и спрашивает: "Но позвольте! Тот же закон Ампера говорит, что на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Эта сила может переместить проводник и совершить работу. Два постоянных магнита притягиваются/отталкиваются и могут переместить один другого, то есть - совершить работу. А вы говорите, что магнитное поле не может совершать работу! Непонятка!"



Опять в десяточку, вдумчивый ученик. Отличный вопрос. Ответу сразу: да, работа совершается, но совершает её не магнитное поле.

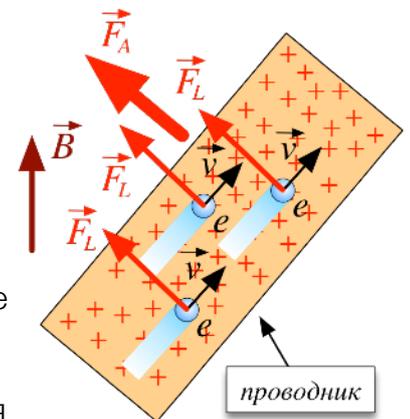
Давайте разбираться в физике. Представим простую картину: летят в одном направлении с одинаковой скоростью три электрона¹³. Магнитного поля нет. Летят и летят они себе



прямолинейно. И тут "включают" постоянное однородное магнитное поле. На электроны тут же начинает действовать магнитная сила Лоренца. К чему её действие приведёт? Электроны перестают двигаться прямолинейно, магнитная сила Лоренца их всё время заворачивает и они начинают двигаться по окружностям¹⁴. Вроде понятно.

А теперь давайте представим, что эти же три электрона движутся в одном направлении с одинаковой скоростью в медном проводнике. Ведь в медном проводнике много свободных электронов. Движение этих трёх электронов - это уже

ток. И тут "включают" магнитное поле. На наши электроны тут же начинает действовать магнитная сила Лоренца, пытающаяся их завернуть и заставить двигаться по окружностям (как и в предыдущем случае). Электроны вроде бы и согласны двигаться по окружности, но они - в проводнике. Проводник не даёт им вырваться из своих пределов. Положительно заряженные атомы кристаллической решетки меди (отдавшие свои свободные электроны) притягивают наши электроны (работают кулоновские силы) и не дают им полетать по окружностям.



Электроны в проводнике хоть и называются свободными, но их свобода ограничивается перемещением **внутри** проводника. Внутри проводника их удерживают кулоновские силы притяжения к положительно заряженным атомам кристаллической решетки проводника. Говорят, что у *электрона есть энергия связи с кристаллической решеткой*. И чтобы эту энергию преодолеть (вырвать электрон из тела проводника) надо совершить **работу выхода**¹⁵. Для того, чтобы вырвать один электрон из меди, надо сообщить ему энергию $7,7 \cdot 10^{-19}$ Дж. Много это или мало? Это эквивалентно нагреванию всего медного проводника до температуры $\sim 2000^\circ\text{K}$ (тем более, что температура плавления меди всего $\sim 1350^\circ\text{K}$). Это много.

Возвращаемся к нашим электронам. Кулоновские силы их удерживают в проводнике. Но эти кулоновские силы удержания являются внутренними для проводника. А внешними силами, действующими на проводник (точнее - на электроны как часть проводника), являются три нескомпенсированные силы Лоренца F_L . Они-то и образуют результирующую силу Ампера. Но (и это важно) **механическую работу по перемещению всего проводника как целого совершают кулоновские силы притяжения, перемещающие проводник вслед за электронами**. И это справедливо для всех твердых тел: за форму и структуру твёрдого тела отвечают кулоновские силы, действующие между узлами кристаллической решетки. И при перемещении твердого тела как целого именно кулоновские силы совершают работу для сохранения его формы и структуры. И пример с двумя притягивающимися/отталкивающимися постоянными магнитами - иллюстрация этому.

¹³ "Летят три электрона..." - это могло бы быть хорошим началом для анекдота или сказки.

¹⁴ Мы чуть позже подробно разберём траектории частиц в магнитном поле.

¹⁵ С понятием "работа выхода" нам ещё предстоит встретиться в Истории про Атом.

С этим вопросом мы разобрались и ещё раз утвердились во мнении, что **ПОСТОЯННОЕ магнитное поле работы не совершает**.

А заодно мы сделали вывод из нашего примера с тремя электронами в проводнике:



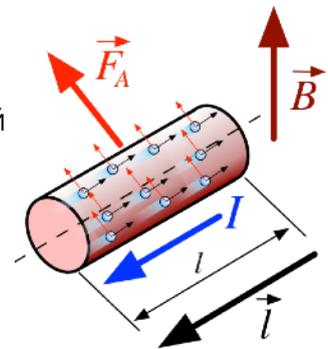
Сила Ампера, действующая на проводник с током в постоянном магнитном поле, является равнодействующей всех сил Лоренца, действующих на движущиеся в проводнике заряды.



То есть сила Ампера (сила, действующая на макро-уровне) связана с током (макро-характеристикой упорядоченного движения заряженных частиц). А сила Лоренца (сила, действующая на микро-уровне) связана с движением отдельной заряженной частицы.

А коли мы качественно связали закон Ампера с магнитной силой Лоренца, то не вывести ли нам формулу закона Ампера из формулы магнитной силы Лоренца? Да запросто!

Рассмотрим прямолинейный проводник длиной l . По нему движется поток электронов с постоянной скоростью \vec{v} каждый, образующих электрический ток. Вы, конечно, помните, что за направление тока принимается движение положительно заряженных частиц¹⁶. Основной характеристикой тока является **сила тока**: **СКАЛЯРНАЯ** физическая величина, равная отношению количества заряда Q , прошедшего за некоторое время t через поперечное сечение проводника, к величине этого промежутка времени t . В общем случае: $I = \frac{dQ}{dt}$ - мгновенное значение силы тока как скорости изменения заряда через сечение проводника (производная заряда по времени), а для постоянного тока (не изменяющегося во времени): $I = \frac{Q}{t}$.



Предположим для простоты, что вектор магнитной индукции направлен перпендикулярно линии тока. На каждый движущийся в проводнике электрон действует магнитная сила Лоренца. Все направления векторов указаны на рисунке.

Как мы обсудили выше, сила Ампера, действующая на проводник длиной l равна сумме всех магнитных сил Лоренца, действующих на электроны тока в проводнике: $\vec{F}_A = \sum \vec{F}_L$. Пусть в проводнике N электронов. Расписав величины магнитных сил Лоренца, действующих на каждый электрон, получим: $F_A = N \cdot e \cdot v \cdot B$ (уже не в векторах, поскольку, как мы договорились, вектор магнитной индукции перпендикулярен направлению тока и вектору скорости электронов). Величину скорости v запишем как $v = \frac{l}{t}$ (мы рассматриваем такой промежуток времени, за который каждый электрон пролетит путь l). Тогда $F_A = N \cdot e \cdot \frac{l}{t} \cdot B$. Но величина $\frac{N \cdot e}{t}$ - это количество заряда, прошедшее через сечение нашего проводника за время t к величине этого времени t - это и есть ток! Поэтому окончательно получаем: $F_A = I \cdot l \cdot B$. А это и есть закон Ампера! Если

¹⁶ Так уж сложилось исторически. Так предложил Ампер, а в его время об электронах и их роли в создании тока в металлическом проводнике ничего не знали. Просто надо запомнить, что в **металлическом проводнике направление тока и направление движения электронов - противоположны**.

ввести вектор \vec{l} , численно равный длине проводника и направленный по току, то получим векторное уравнение закона Ампера для самого общего случая: $\vec{F}_A = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$.

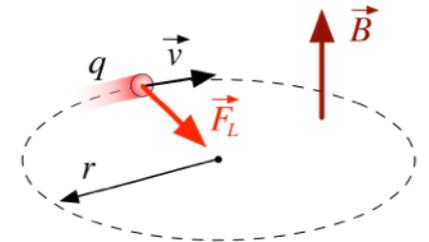
Введение вектора \vec{l} имеет смысл при вычислении силы Ампера для проводников произвольной формы (при написании дифференциальных уравнений для силы Ампера). Ну пусть будет так, нам же не жалко?

Итак, порассуждав и сделав важные выводы, мы вывели закон Ампера из формулы обобщенной силы Лоренца. Логика Электродинамики восстановлена!

И уж давайте подробнее рассмотрим

■ поведение движущейся заряженной частицы в магнитном поле

Пусть положительно заряженная частица движется в **постоянном** магнитном поле со скоростью \vec{v} . Пусть вектор этой скорости перпендикулярен вектору магнитной индукции \vec{B} . Тогда, как мы об этом говорили выше, на частицу будет действовать магнитная сила Лоренца, перпендикулярная вектору скорости и вектору магнитной индукции. Эта сила Лоренца будет заворачивать частицу и, выступая в роли

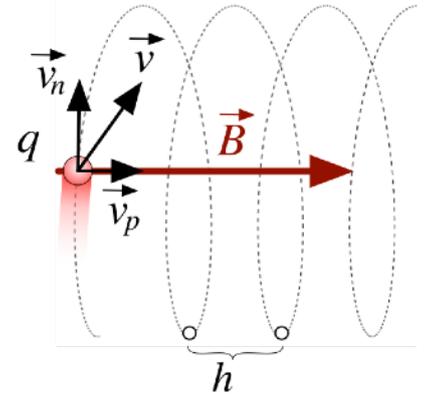


центростремительной силы, будет заставлять её двигаться по окружности радиуса r . Вспоминая механику равномерного вращательного движения по окружности, можно найти этот радиус: $F_L = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$, откуда $r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$, где m - масса частицы,

q - её заряд. Легко посчитать и период обращения частицы по этой окружности:

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

Если же вектор скорости \vec{v} **НЕ** перпендикулярен вектору магнитной индукции \vec{B} , то разложим вектор \vec{v} на две составляющие: \vec{v}_n - перпендикулярную вектору \vec{B} и \vec{v}_p - параллельную вектору \vec{B} . Будем рассматривать движение частицы состоящим из двух: по вектору скорости \vec{v}_n и по вектору скорости \vec{v}_p . На движение частицы по вектору скорости \vec{v}_p магнитное поле не будет оказывать никакого



влияния - ведь вектора \vec{v}_p и \vec{B} параллельны. Движение частицы будет равномерным в этом направлении. А вот на движение частицы по вектору скорости \vec{v}_n магнитное поле будет действовать магнитной силой Лоренца. Суммарное движение частицы будет представлять собой движение по спирали. Параметры этой спирали подсчитать несложно:

радиус спирали $r = \frac{m \cdot v_n}{q \cdot B}$, период обращения $T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$, шаг спирали

$$h = v_p \cdot T = v_p \cdot \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

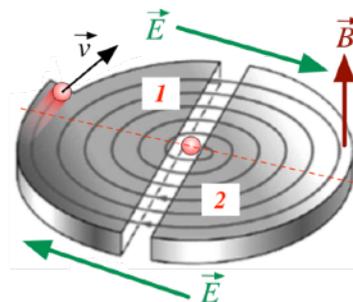
Магнитная сила Лоренца - помощник в деле изучения свойств микро-мира.

Ну, во-первых, по виду траекторий частиц (например, в пузырьковой камере - как на рисунке) и по формуле вида $r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$ можно определить соотношение параметров (масса к заряду) частиц.



Во-вторых, с помощью магнитной силы Лоренца частицу можно значительно ускорить. Ведь для исследования взаимодействий микро-мира нужны высокоэнергетичные частицы.

Вот вам пример простейшего ускорителя с использованием магнитного поля - *бетатрон* (циклотрон). Вся конструкция помещается в сильное вертикальное магнитное поле. В горизонтальной плоскости действует переключаемое по направлению электростатическое поле. В центре конструкции находится источник ускоряемых частиц.



Принцип действия таков. Из источника производится "выстрел" группы низкоскоростных частиц. Они попадают на половину 1 и включается сильное электростатическое поле, ускоряющее эти частицы. Магнитная сила Лоренца заворачивает эти частицы и когда они попадают на половину 2 электростатическое поле переключает свое направление и продолжает ускорять частицы.

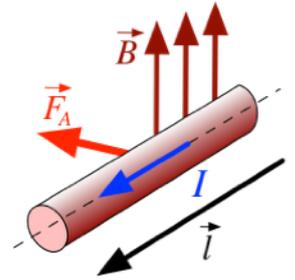
Поскольку скорость частицы увеличивается, то увеличивается и радиус её вращения. Такое ускорение производится циклически многократно и частицы, достигнув скорости определённой величины, выпускаются из бетатрона. За одну миллисекунду частица совершает порядка миллиона оборотов.

Ну вот, мы разобрались с поведением частиц на микро-уровне. Как уже не раз говорили: на микро-уровне "рулит" магнитная сила Лоренца. Переходим на макро-уровень.

➔ Поведение проводников с током в магнитном поле

Когда мы говорим "поведение проводников с током", то мы говорим о макро-мире. А следовательно нас интересует уже сила Ампера.

Закон Ампера: на проводник длиной l с током I в постоянном магнитном поле действует сила: $\vec{F}_A = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$. Проводник мы полагаем очень тонким. То есть что-то создало магнитное поле и это поле действует на наш проводник. Это мы знаем. А насколько важным для закона Ампера требование, чтобы магнитное поле было однородным? Если подумать, то важным является однородность магнитного поля только по оси проводника на всей его длине.



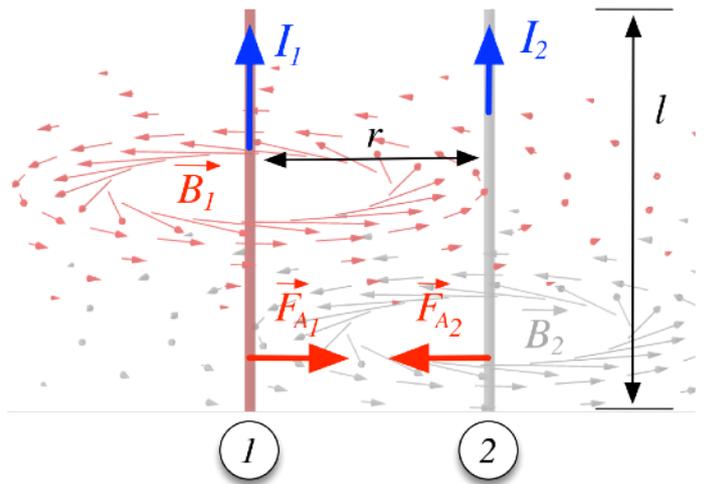
Важный вывод:

Если вектора \vec{l} и \vec{B} сонаправлены, то на такой ток магнитное поле не действует!

Рассмотрим несколько видов проводников в магнитном поле.

■ Два параллельных проводника с током

Два параллельных тонких проводника с током длиной l каждый. Расстояние между ними r . Для расчетов принимается, что $r \ll l$ (иначе пришлось бы считать краевые эффекты на концах проводников). Каждый из проводников создает своё магнитное поле. Это магнитное поле действует на другой проводник силой Ампера. Поле отдельного прямолинейного бесконечного тонкого проводника с током мы считать умеем: $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$, где r - расстояние от



проводника до точки расчета. Хотя магнитное поле такого проводника неоднородно, но оно обладает осевой симметрией. И на фиксированном расстоянии r вектор магнитной индукции имеет одну и ту же величину. А если второй проводник параллелен первому и находится от него на расстоянии r , то для второго проводника **по всей его длине магнитное поле первого проводника будет однородным** и мы можем применить формулу закона Ампера.

Первый проводник создаёт для второго проводника магнитное поле¹⁷ $B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r}$ (пишем не в векторах, поскольку все направления ясны из рисунка). Тогда на второй проводник со стороны поля B_1 действует сила Ампера¹⁸ $F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$ и её направление показано на рисунке (определяется либо по векторному произведению, либо по правилу левой руки).

Но и второй проводник создаёт для первого проводника магнитное поле $B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r}$. И на первый проводник со стороны поля B_2 действует сила Ампера $F_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$. Силы F_1 и

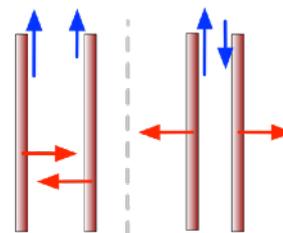
¹⁷ Заметьте, мы считаем поле **бесконечного** проводника.

¹⁸ Мы считаем силу, действующую на проводник **конечной** длины.

F_2 равны по величине (формулы симметричны по токам), противоположны по направлению и приложены к разным проводникам. Ничего удивительного: *это проявление третьего закона Ньютона*. Поэтому общую формулу для величины силы можно записать как:

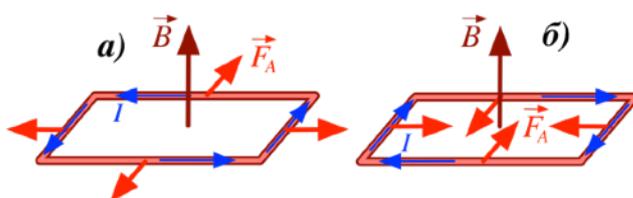
$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$$

Чтобы каждый раз для определения направления сил не мучить свою левую руку, запомните простое правило: **сонаправленные токи притягиваются, разнонаправленные - отталкиваются**.



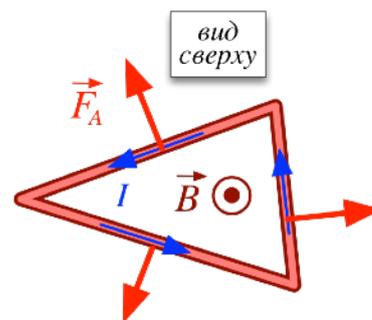
■ Рамка с током

Пусть у нас есть плоская рамка с током. Для простоты рассуждений представим, что рамка эта прямоугольная. Нам не важно как сделано так, что по рамке "гуляет" ток (может быть в рамку вмонтирована батарейка, может быть проводочками подводится ток извне - нам это не важно). Однородное магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рамки



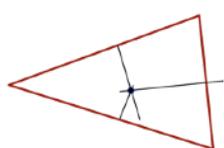
вверх. Если ток направлен против часовой стрелки (мы смотрим на рамку сверху) - рисунок а) - то на каждую сторону нашей прямоугольной рамки действует сила Ампера, направленная наружу и рамку нашу эти четыре силы Ампера пытаются растянуть. Если ток направлен по часовой стрелке - рисунок б) - то действующие на каждую сторону четыре силы Ампера пытаются рамку сжать.

А если рамка с током будет не прямоугольная, а, скажем, треугольная, то как будут действовать силы Ампера? А так, как показано на рисунке.

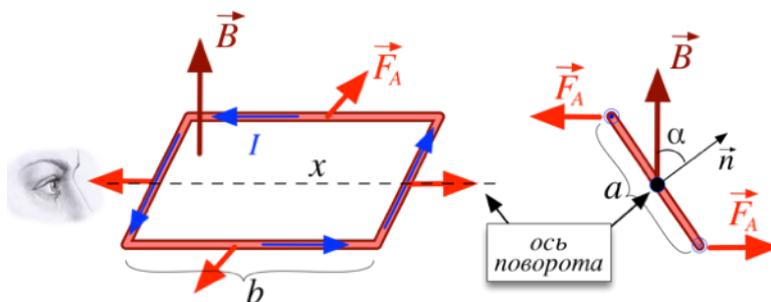


А тогда сразу возникает два вопроса:

- Чему равна равнодействующая этих сил?
- А не создают ли эти силы вращательного момента, поворачивающего треугольник в его плоскости?



Чтобы ответить на оба этих вопроса, решите сами эту красивую физико-геометрическую задачу. *Подсказка*: пересекаются ли линии действия этих трёх сил Ампера в одной точке? И если да, то что это за точка?



Дальше поехали. Повернём¹⁹ прямоугольную рамку с током на угол α вокруг оси x так, как показано на рисунке. Углом α будем считать угол между единичным вектором нормали \vec{n} к

¹⁹ Просто повернём и зафиксируем. Никакого вращательного движения.

плоскости рамки и вектором магнитной индукции \vec{B} . Геометрические размеры рамки приведены на рисунке. Ось поворота x проходит через середины сторон длиной a .

Что изменится по сравнению с предыдущим случаем (с рисунком а))?

- Во-первых, силы Ампера, действующие на стороны рамки с длиной b не изменятся (угол между векторами \vec{l} и \vec{B} не изменится).
- Во-вторых, силы Ампера, действующие на стороны рамки с длиной a уменьшатся (угол между векторами \vec{l} и \vec{B} уменьшится).
- Во-третьих, силы Ампера, приложенные к сторонам длиной a , как пытались растянуть рамку, так и продолжают это делать.
- В-четвёртых, силы Ампера, приложенные к сторонам длиной b , будут не только пытаться растянуть рамку, но они создадут вращательный момент, стремящийся повернуть рамку вокруг оси x против часовой стрелки. Этот момент легко посчитать:

$$M = 2F_A \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin\alpha, \text{ где } \frac{a}{2} \cdot \sin\alpha - \text{плечо обеих сил Ампера. В итоге}$$

$$M = I \cdot B \cdot a \cdot b \cdot \sin\alpha = I \cdot B \cdot S \cdot \sin\alpha.$$

Величина $M = I \cdot B \cdot S \cdot \sin\alpha$ называется **магнитным моментом контура с ТОКОМ**²⁰.

$M_{max} = I \cdot B \cdot S$, когда плоскость контура располагается вдоль линий магнитной индукции;
 $M_{min} = 0$, когда плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции.

По сути мы рассмотрели принцип действия электродвигателя.



Вдумчивый ученик тянет руку: "Ну, когда магнитное поле порождается током, то в принципе с помощью закона Био-Савара-Лапласа можно посчитать любое магнитное поле. Это понятно. А как рассчитывают магнитные поля постоянных магнитов?"

Магнитные поля постоянных магнитов рассчитывают методами моделирования. Компании-производители постоянных магнитов в документации к выпускаемым ими магнитам сообщают основные параметры: остаточную индукцию, коэрцитивную силу, приводят графики намагничивания и гистерезиса. Это по сути описание материала постоянного магнита. Эти данные плюс геометрические размеры конкретного магнита вводятся в специализированные программы компьютерного моделирования магнитных полей. Они и выдают результат.

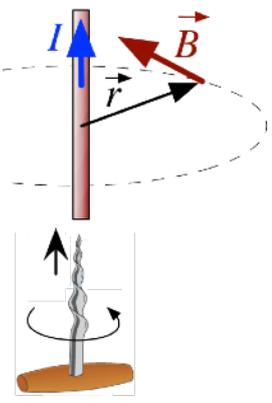
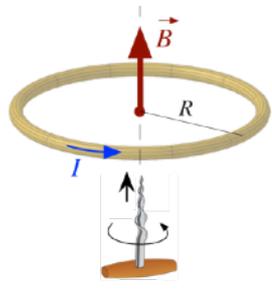
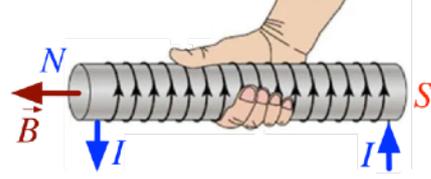
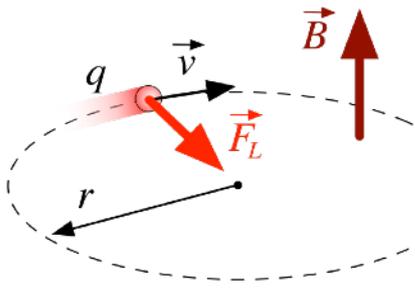
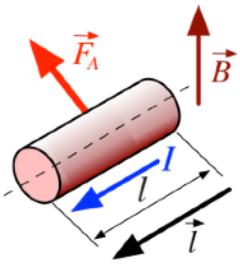


²⁰ Понятием магнитного момента мы уже пользовались, когда рассматривали диамагнетизм.

Мы заканчиваем разговор о Магнитостатике. Перед тем, как перейти к решению магнитостатических задач, давайте ещё раз повторим:

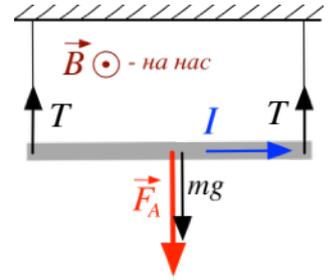
повторим!

Как определять направление векторов \vec{B} , \vec{F} , токов и пр.

Что?	Направление	Формула
Магнитное поле прямолинейного проводника с током	 <p>Правило буравчика</p>	$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$ <p>Векторная формула:</p> $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\vec{I} \times \vec{r}}{r^2}$
Магнитное поле в центре кругового проводника с током	 <p>Правило буравчика</p>	$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$
Магнитное поле в центре катушки с током	 <p>Правило правой руки</p>	$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{L}$
Сила Лоренца	 <p>Правило левой руки</p>	$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$ <p>Векторная формула:</p> $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$
Сила Ампера	 <p>Правило левой руки</p>	$F_A = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$ <p>Векторная формула:</p> $\vec{F}_A = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$

Ну а теперь - ЗАДАЧИ!!!

> **Задача - Сила Ампера:** Прямой проводник длины l и массы m подвешен горизонтально на двух невесомых нитях в однородном магнитном поле \vec{B} , вектор индукции которого перпендикулярен проводнику и направлен как показано на рисунке. Какой ток надо пропустить через проводник, чтобы одна из нитей разорвалась, если нить разрывается при нагрузке, равной или превышающей F ?



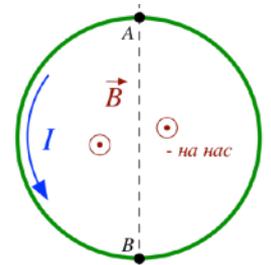
Решение: Закон Ампера + Статика.

На проводник действует сила Ампера, направленная вниз. Запишем условие равновесия проводника (в проекции на вертикальную ось):

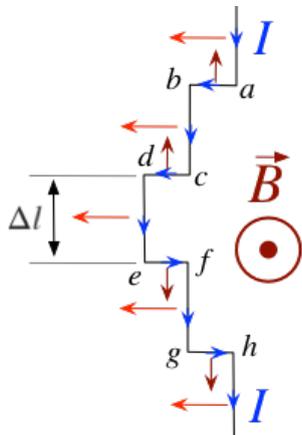
$$2T = mg + F_A; \quad F_A = I \cdot B \cdot l; \quad T = \frac{mg + I \cdot B \cdot l}{2}, \text{ где } T - \text{ сила натяжения нитей.}$$

Чтобы нити оборвались $T \geq F$, откуда $I \geq \frac{2F - mg}{B \cdot l}$.

> **Задача - Сила Ампера:** По жесткому проволочному кольцу диаметром d и сечением S течет ток величиной I . Плоскость кольца перпендикулярна силовым линиям однородного магнитного поля, индукция которого равна B . Определить механическое напряжение σ (силу, действующую на единицу поперечного сечения) в проволоке.



Решение: Мысленно разрежем кольцо на два полукольца по диаметру AB . Заменяем круговую проволоку другой мелкоступенчатой как показано на рисунке и рассмотрим элемент этой ступенчатой проволоки.



По правилу левой руки определим направления сил Ампера в каждом сегменте рассматриваемого элемента: в сегментах параллельных линии AB (bc, de, fg) сила Ампера будет направлена перпендикулярно линии AB влево. Сила Ампера, действующая на один такой сегмент, равна $\Delta F_A = I \cdot B \cdot \Delta l$.

Если просуммировать по полуокружности все такие перпендикулярные AB силы, то получим $F_A = I \cdot B \cdot d$. Силы Ампера, действующие на сегменты, перпендикулярные AB , компенсируют друг друга (сила Ампера, действующая на сегмент ab , компенсируется силой Ампера, действующей на сегмент gh , cd компенсирует ef , и т.д.). Размеры сегментов можно уменьшать сколь угодно,

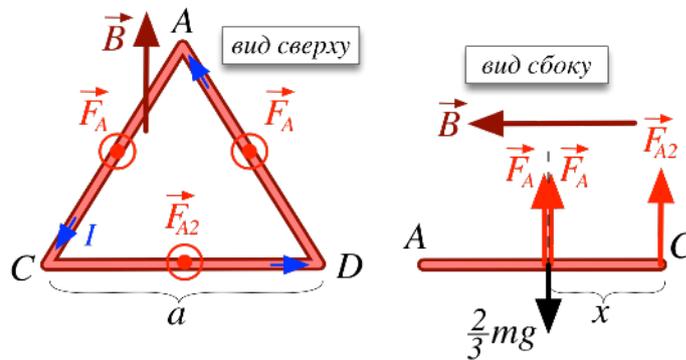
приближаясь в пределе к самой полуокружности, логика рассуждений и результат не изменятся. На второе полукольцо будет действовать аналогичная сила Ампера,

направленная вправо. Тогда механическое напряжение будет равно $\sigma = \frac{I \cdot B \cdot d}{2S}$

(поскольку к точке A , например, приложена лишь половина разрывающей силы). Если ток будет направлен в противоположную сторону, то эти силы будут кольцо сжимать.

Из вышерассмотренного следует общий вывод: *резльтирующая сила Ампера, действующая на плоский контур с током, не зависит от его формы.*

> Задача - Сила Ампера: На непроводящей горизонтальной поверхности лежит проводящая жёсткая рамка из однородной тонкой проволоки в виде равностороннего треугольника со стороной a . Рамка, по которой идёт ток I , находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции которого \vec{B} перпендикулярен стороне CD . Каким должен быть модуль индукции магнитного поля, чтобы рамка начала поворачиваться вокруг стороны CD , если масса рамки m .



Решение: На стороны треугольника как на прямолинейные проводники с током действуют силы Ампера. Давайте разбираться - какие и куда направлены. Направление определяем по правилу векторного умножения или по правилу левой руки - кто как умеет.

На сторону AC : сила Ампера направлена вверх и равна $F_A = I \cdot B \cdot a \cdot \sin 150^\circ = \frac{1}{2} I \cdot B \cdot a$ (с углами в равностороннем треугольнике проблем не возникло?). Сила эта приложена к середине стороны AC .

На сторону AD : сила Ампера направлена вверх и равна $F_A = I \cdot B \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} I \cdot B \cdot a$. Сила эта приложена к середине стороны AD . Обе эти силы равны.

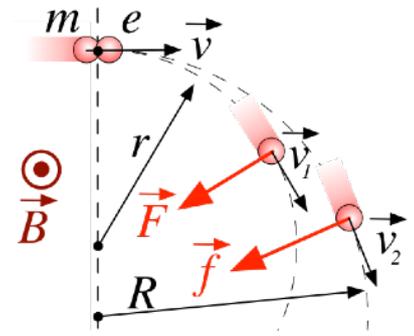
На сторону CD : сила Ампера направлена вверх и равна $F_{A2} = I \cdot B \cdot a$. Но нам она не очень интересна, так как мы собираемся рассматривать поворот вокруг оси CD , а она не создаёт поворотного момента вокруг этой оси.

Ещё на стороны AC и AD действуют по силе тяжести $\frac{1}{3}mg$. Они тоже приложены к серединам этих сторон и направлены вниз.

Условие начала вращения рамки вокруг оси CD равенство моментов Амперовых сил (они пытаются повернуть рамку по часовой стрелке вокруг оси CD) и сил тяжести сторон AC и AD (они пытаются повернуть рамку против часовой стрелки вокруг оси CD). Плечи у этих сил одинаковые (хотя посчитать этот x из равностороннего треугольника совсем не сложно).

$$\text{Итак: } 2F_A \cdot x = \frac{2}{3}mg \cdot x \Rightarrow I \cdot B \cdot a = \frac{2}{3}mg \Rightarrow B = \frac{2mg}{3I \cdot a}.$$

> **Задача - Сила Лоренца:** Начальные участки траектории двух протонов, один из которых до взаимодействия покоился, после соударения имеют радиусы кривизны r и R соответственно. Траектории лежат в плоскости, перпендикулярной магнитному полю с индукцией \vec{B} . Какую энергию имел до соударения двигавшийся протон? Заряд протона равен e , его масса равна m .



Решение: Применим закон сохранения механической энергии к

процессу столкновения протонов: $E = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{m \cdot v_2^2}{2}$, где E - искомая энергия

(кинетическая) протона до соударения; v_1 и v_2 - скорости протонов после столкновения. На протоны после столкновения действует сила Лоренца, заставляющая их двигаться по окружности. Можно воспользоваться формулой для такого радиуса окружности, которую мы вывели ранее (а можно и самому её снова вывести, если подзабыли):

$r = \frac{m \cdot v_1}{e \cdot B}$; $R = \frac{m \cdot v_2}{e \cdot B}$. Выражая v_1 и v_2 и подставляя в $E = \frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2)$, получим

$$E = \frac{e^2 \cdot B^2}{2m}(r^2 + R^2).$$

=====

Мы с вами завершили рассмотрение **статических** разделов Электродинамики: **Электростатику** и **Магнитостатику**. В этих разделах поля постоянны (не изменяются со временем), заряды и токи постоянны, скорости зарядов постоянны, геометрия макро-тел постоянна. Мы узнали чем и как порождаются статическое электрическое и магнитное поля, как они воздействуют на микро- и макро- объекты (точечные заряды-частицы, заряженные тела, проводники с током). Помощниками нам были уравнения Максвелла: первое, второе и четвёртое (наполовину). И уравнение обобщенной силы Лоренца. Именно с их помощью мы следовали общей логике Электродинамики. И это важно - именно эта логика позволяет понять картину в целом и взаимосвязь понятий. Теперь мы начнём разговор об изменяющихся во времени электрическом и магнитном полях - об Электродинамике во всей её полноте. "Во всей полноте" - это немного громко сказано. Основным математическим инструментом Электродинамики являются математический и векторный анализы. Но мы с вами в этих разделах математики ещё не профи (хотя я и пытался вам рассказать о выходящих за рамки школьной программы элементах этих разделов). Поэтому там, где наше математическое образование позволит, будем говорить на языке формул. А если нет, то будем обсуждать тему на качественном уровне.

Итак...

→ Третье уравнение Максвелла (3-е УМ)

Добрались-таки и до третьего! Оно выглядит так:
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}.$$

И озвучивается следующим образом: *Скорость изменения потока магнитной индукции, проходящего через незамкнутую поверхность S , взятая с обратным знаком, пропорциональна циркуляции электрического поля на замкнутом контуре L , который является границей поверхности S .*

"Ой-ёй-ёй!" - хором закричите вы.

Но перед тем, как вы упадете в обморок от страха, попытаюсь успеть сказать следующее:

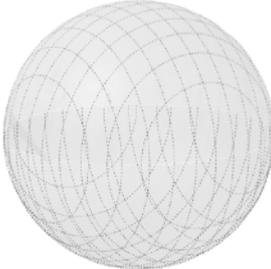
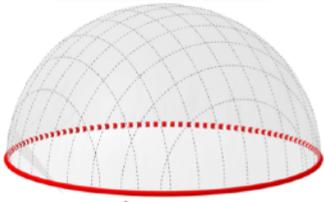
- все элементы этого уравнения (включая страшные интегралы \oint_L и \int_S) вам знакомы;
- более того - это уравнение (чуть в другом виде) вы знаете и пользовались им в курсе школьной физики - *это закон электромагнитной индукции²¹ Фарадея!*

"Правда?" - не успев упасть в обморок, спросите вы. Цитирую из школьного учебника физики 11-го класса: "*ЭДС индукции в замкнутом контуре равна по модулю скорости*

изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром: $\epsilon_{ind} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$ ".

А знак этой ЭДС определяется правилом Ленца. Похоже? "Чуть-чуть", - скажете вы. Требуется расшифровка.

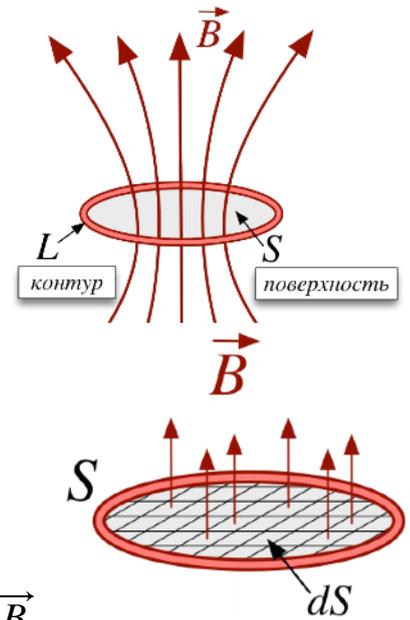
Давайте "расшифровывать" 3-е УМ. Начнём с правой части уравнения. В ней говорится про "... *поток магнитной индукции, проходящий через незамкнутую поверхность S* ...". Магнитное поле - векторное поле. В Истории про Электростатику мы подробно говорили о потоке векторного поля через поверхность. И первое, и второе уравнения Максвелла говорят о потоке электростатического и магнитного полей через **замкнутую** поверхность. А в третьем уравнении Максвелла речь идёт именно о **незамкнутой** поверхности.

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">замкнутая поверхность</div>	<p>В чём принципиальная разница между замкнутой и незамкнутой поверхностями? Геометрически (топологически) у незамкнутой поверхности есть "берега" - контур, который её ограничивает, а у замкнутой поверхности такого контура нет (он стягивается в точку при "замыкании" поверхности). Для 3-го УМ принципиально важно, чтобы была и поверхность и контур, являющийся её границей.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">незамкнутая поверхность</div>
		
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">контур нет</div>	<p>Вот в правой части 3-го УМ и считается поток магнитной индукции через такую незамкнутую поверхность. А контур, ограничивающий её, используется в левой части.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">контур</div>

Ещё раз повторю: *эти незамкнутые поверхности и их ограничивающие контура - любые! 3-е УМ справедливо для любых незамкнутых поверхностей и их ограничивающих контуров!* Просто для той или иной задачи мы выбираем **удобные** (в смысле написания уравнений) поверхности с контурами.

²¹ Не путайте с электростатической индукцией! "Индукция" - от латинского "наведение".

Так давайте для наших рассуждений (и для решения последующих "школьных" задач) выберем плоскую незамкнутую поверхность простой формы (круг или прямоугольник). Тогда ограничивающим контуром станет окружность или прямоугольник (как линия). Вот на рисунке пример незамкнутой поверхности в виде круга.



Опять же для простоты рассуждений положим, что магнитное поле является однородным²² и посчитаем его поток через круговую поверхность площадью S . Как будем считать поток магнитного поля \vec{B} ?

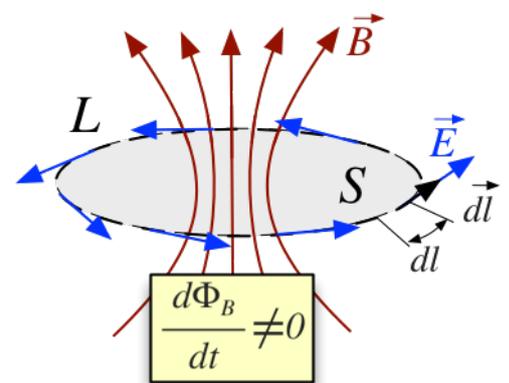
Да как всегда: бьём поверхность S на маленькие кусочки dS , считаем элементарные потоки, а потом их складываем: $\Phi = \sum d\Phi = \sum \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \sum dS = B \cdot S$. Ничего удивительного и ничего нового. И над этим потоком вектора магнитной индукции \vec{B} берётся производная по времени - то есть скорость изменения потока.

Поэтому правая часть 3-го УМ выглядит так: $-\frac{d\Phi}{dt}$ или в нашем конкретном примере $-\frac{d(B \cdot S)}{dt}$. Про знак минус поговорим отдельно чуть позже.

Так, а что у нас слева? Слева у нас конструкция $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$, которая называется *циркуляция* векторного поля \vec{E} по замкнутому контуру L (кстати, кружочек O у знака интеграла означает интегрирование по *замкнутому* контуру \oint_L или по *замкнутой* поверхности \oint_S).

Суть этого не сложная и нами подобное уже разбиралось в законе Био-Савара-Лапласа - если разбить контур на маленькие кусочки $d\vec{l}$, для каждого кусочка посчитать скалярное произведение $\vec{E} \cdot d\vec{l}$, а потом всё это сложить, то и получим результат. Это - техника вычислений.

Но что мы считаем? Мы считаем циркуляцию векторного электрического поля \vec{E} . А откуда оно взялось? У нас было статическое (с неизменным во времени потоком) магнитное поле \vec{B} . Никакого электрического поля \vec{E} не было и в помине. Но как только поток вектора \vec{B} стал изменяться ($\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$), то "включилось" 3-е УМ и



появилось ненулевое электрическое поле \vec{E} ! Да не то знакомое нам потенциальное электрическое поле, порождаемое зарядами, а *вихревое* электрическое поле \vec{E} . В том же смысле вихревое, как и вихревое магнитное поле: силовые линии его замкнуты. Вот неожиданно! Изменение магнитного поля (его потока) породило электрическое поле.

²² И направленным перпендикулярно нашей плоской поверхности.

В этом и состоит **главный физический смысл третьего уравнения Максвелла**:



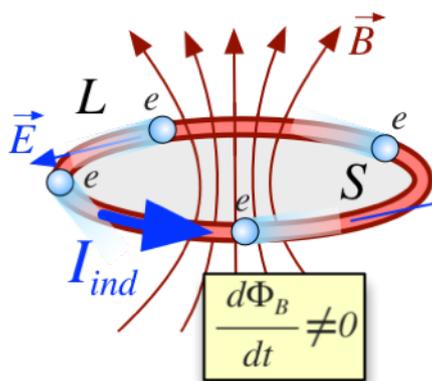
Изменение магнитного поля (его потока)
порождает вихревое электрическое поле.

Потенциальное электрическое поле порождается зарядами, а вихревое электрическое поле порождается изменением магнитного поля (его потока).

Причём это поле порождается не только вдоль контура, но и во всём пространстве. Просто 3-е УМ даёт формулу для расчета этого электрического поля вдоль контура, ограничивающего ту незамкнутую поверхность, через которую мы считали изменение потока магнитного поля. Хочешь посчитать порождаемое электрическое поле в другой точке - поменяй соответствующим образом расчетный контур!

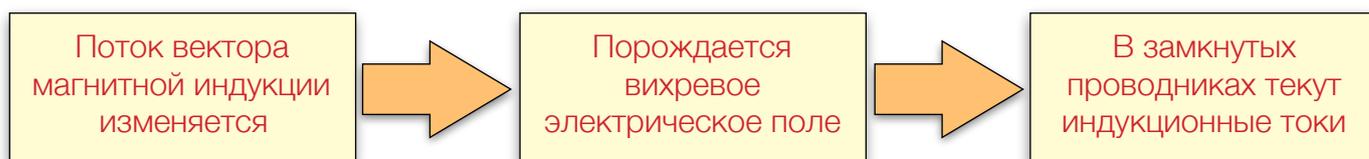


Ещё раз подчеркни: и незамкнутая поверхность S и ограничивающий её контур L являются **воображаемыми математическими** объектами! Мы свободны их выбирать по нашему вкусу и целесообразности (и в этом - великая гибкость и универсальность методов векторного анализа) - 3-е УМ всё равно работает!.



А давайте вдоль нашего контура L проложим замкнутый медный проводник²³. Что произойдёт? Порождённое вихревое электрическое поле \vec{E} начнёт гонять имеющиеся в проводнике свободные электроны e вкруговую по всему проводнику²⁴. А это значит, что в нашем контуре-проводнике потечет ток, называемый **индукционным током I_{ind}** .

Обобщая, можно выстроить последовательность физических событий:



А перестанет поток вектора магнитной индукции меняться - исчезнут вихревое электрическое поле и индукционные токи.

Причиной порождения индукционных токов в замкнутом проводнике является вихревое электрическое поле.

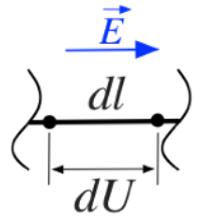
²³ Мы как-бы материализуем наш контур: была воображаемая линия - стал медный проводник.

²⁴ Оно же вихревое.

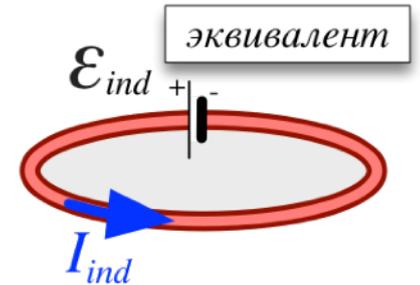


Важное замечание: Вот вы выбрали незамкнутую поверхность S и ограничивающий её контур L для составления 3-го УМ и рассматриваете изменение потока вектора магнитной индукции через S и связанную с ним циркуляцию векторного поля \vec{E} по L . То есть в рамках написанного вами 3-го УМ вы остаетесь **привязанными** к выбранной поверхности и контуру на протяжении работы с написанным уравнением. Это подразумевает, что изменение потока в рамках данного уравнения происходит за счет изменения только лишь магнитного поля!

Маленькое замечание: считая скалярные произведения $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ для левой части 3-го УМ, можно, вспомнив формулу из электростатики $dU = E \cdot dl$, понять, что в левой части 3-го УМ стоит некое **напряжение**.



Чтобы упростить картину, возникающую при появлении индукционных токов, порожденных вихревым электрическим полем в замкнутом проводнике, рассматривают эквивалентную электрическую схему, в которой в контур-проводник "врезается" источник напряжения (батарейка), которая создает точно такой-же индукционный ток, что и вихревое электрическое поле. Вот создаваемое такой "батарейкой" на своих полюсах напряжение и называют **ЭДС²⁵ индукции ϵ_{ind}** .



Ещё раз: **ЭДС индукции** - это схемотехнический эквивалент, позволяющий упростить картину порождения индукционного тока в проводнике.

Поэтому мы можем записать эквивалентное в вышеуказанном смысле 3-му УМ уравнение:

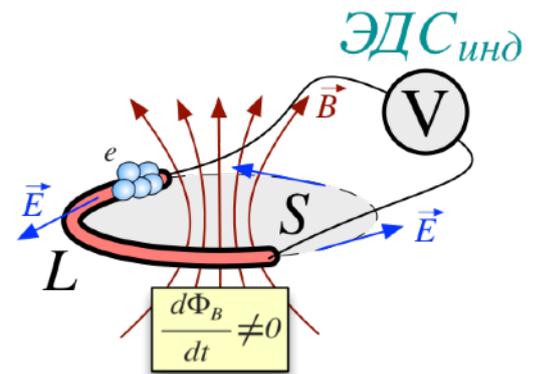
$$\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} \text{ (ведь в левой части 3-го УМ стоит напряжение).}$$



Вдумчивый ученик тянет руку: "А что произойдёт, если проводник не замкнут?" Хороший вопрос.

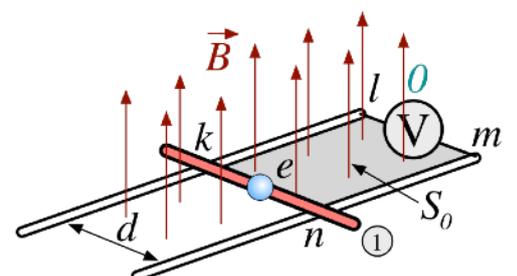
Поскольку проводник, лежащий на контуре, не замкнут, то речи об индукционных токах не идёт. Но кулоновские силы вихревого электрического поля "загонят" свободные электроны проводника на один его конец и тем самым создадут на концах проводника напряжение. Чему оно равно? Правильно: ЭДС

$$\text{индукции } \epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$



А теперь рассмотрим вот такое устройство. По двум проводящим параллельным направляющим может скользить прямой медный проводник. Между точками l и m направляющих включен вольтметр. Сопротивление вольтметра очень-очень большое (как всегда у вольтметров) - поэтому проводящий контур $lknm$ - разомкнутый - по нему ток течь не может.

Перпендикулярно плоскости $lknm$ направлено постоянное однородное магнитное поле. В исходном состоянии проводник покоится (положение 1). Рассмотрим один из свободных электронов в проводнике.



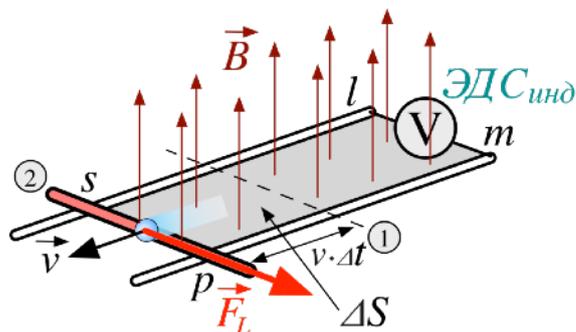
²⁵ Об ЭДС как о понятии мы поговорим в *Истории про Ток*.

В положении 1:

- электрон покоится (точнее - совершает хаотическое тепловое движение);
- показание вольтметра равно 0.

Это и понятно - никто никуда не движется, ничто не меняется.

А теперь начинаем двигать проводник по направляющим влево с постоянной скоростью. И мысленно зафиксируем его в положении 2 (проводник-то продолжает двигаться, просто мы рассматриваем его мгновенное положение).



Теперь наш контур стал $lspm$ и его площадь увеличилась на $\Delta S = v \cdot \Delta t \cdot d$, где Δt - время, за которое проводник переместился из положения 1 в положение 2. На наш наблюдаемый электрон (как и на все другие свободные электроны в проводнике) действует магнитная сила Лоренца. Она "загоняет" свободные электроны проводника на один его конец и тем самым создаёт напряжение. Чему оно равно?

Правильно: ЭДС индукции $\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}$. Его и будет показывать вольтметр. Если учесть,

что магнитное поле постоянно, то можно переписать: $\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} = - B \cdot \frac{dS}{dt} = - B \cdot v \cdot d$.

А если контур замкнуть, то потечёт ли по нему ток? Да: сила Лоренца будет действовать как насос, перекачивающий электроны по замкнутому контуру. И такой ток тоже называют **индукционным**. В этом примере *причиной возникновения напряжения на концах движущегося в магнитном поле проводника является магнитная сила Лоренца.*

Применимо ли 3-е УМ к последнему примеру? Возникает ли при этом вихревое электрическое поле? Ответ на оба вопроса - **нет**. Выше мы говорили, что 3-е УМ **привязано** к выбранной поверхности и контуру. Если мы изначально рассматривали контур $lknm$, то мы должны в нём и оставаться. Поток магнитного поля через контур $lknm$ в положениях 1 и 2 одинаков. В положении 2 при анализе **мы изменили контур** (он стал $lspm$)! Поэтому о 3-м УМ говорить не приходится.

Итак, мы имеем две ситуации:

- изменение магнитного потока через фиксированный контур (а это значит, что изменяется само поле) порождает вихревое электрическое поле, которое в свою очередь порождает в замкнутых проводниках индукционные токи, а в разомкнутых проводниках создаёт напряжение на концах. Всё это описывается 3-м УМ или

эквивалентным уравнением $\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}$;

- изменение размеров контура (связанное с движением проводника) в магнитном поле (даже постоянном и однородном) приводит к возникновению напряжения (ЭДС индукции) в изменяемом контуре. Причиной возникновения напряжения является возникающая магнитная сила Лоренца, действующая на электроны движущегося проводника. И эта ЭДС индукции описывается формулой $\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}$. 3-е УМ в исходном виде неприменимо.

Два разных по своим причинам и механизмам действия физических явления описываются одним уравнением! Или наоборот: одно уравнение допускает два различных содержания!

Известные физики говорили, что не знают никакого аналогичного положения в физике, когда простые общие принципы требовали бы для своего понимания анализа двух различных явлений.

Эйнштейн в *Специальной Теории Относительности* дал разъяснение этому парадоксу. Но это уже не тема нашей Истории.



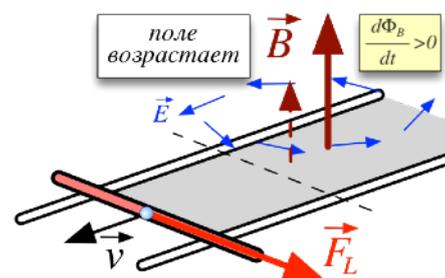
Итак, точное определение **электромагнитной индукции** - явление возникновения электрического поля при изменении во времени магнитного поля **ИЛИ** при движении проводника в магнитном поле. В это определение как раз и "зашиты" эти два разных физических явления: **изменение магнитного поля и движение проводника в магнитном поле.**

Если бы мы ограничились только законом электромагнитной индукции Фарадея (как в школе), мы бы не поняли двойственную природу электромагнитной индукции.

Это всё здорово, но нам-то как быть? А нам при анализе каждой физической ситуации надо чётко понимать природу явления:

- либо речь идёт об изменении магнитного поля и порождении вихревого электрического. И тогда мы с полным правом можем писать 3-е УМ в исходном его виде (или **эквивалентное** уравнением $\varepsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}$, понимая, что причиной появления ЭДС индукции являются кулоновские силы вихревого электрического поля);
- либо речь идёт о движении проводника в магнитном поле. И тогда мы пишем уравнение $\varepsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}$, понимая, что причиной появления ЭДС индукции является сила Лоренца, действующая на свободные электроны проводника. При этом изменение потока магнитного поля происходит за счёт изменения контура.

Но согласитесь, вполне возможна ситуация, когда и поле меняется и проводник движется (как на рисунке). То есть присутствуют оба вида электромагнитной индукции. Что делать? Ну, во-первых - не паниковать. А во-вторых, надо обратиться ко всеми горячо любимому принципу суперпозиций. Это как? А вот так: аккуратноенько определиться с направлениями индукционных токов (или ЭДС индукции), вызываемыми каждым из этих видов электромагнитной индукции и понять - совпадают ли они по направлению или противоположны. Если совпадают - то суммировать и рассматривать как общую ЭДС индукции, если противоположны - то вычитать. В этом и состоит принцип суперпозиций.



➔ А вот теперь настало время поговорить **о направлении**. На направлении чего? На направлении индукционных токов, направлении вектора напряженности вихревого электрического поля, направлении действия ЭДС индукции.

Что у нас определяет направление хотя бы чего-нибудь из этого списка?

В школьной физике - это **правило Ленца** :

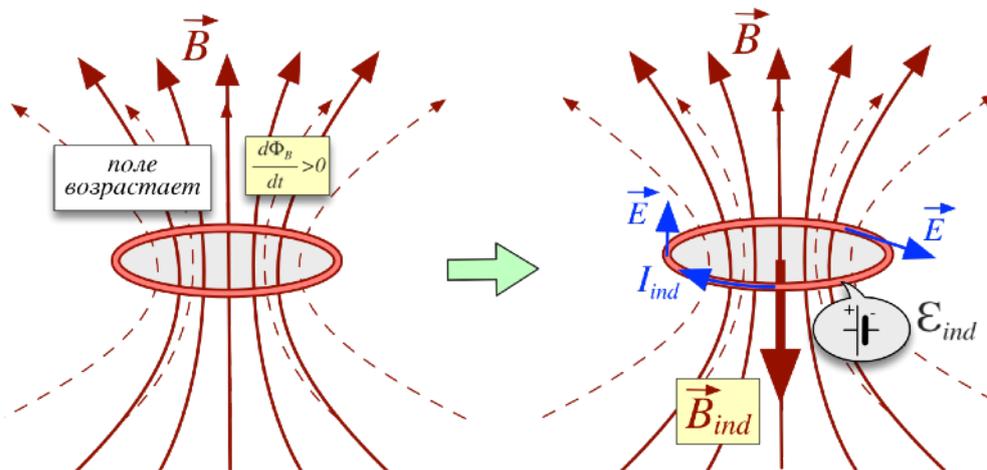
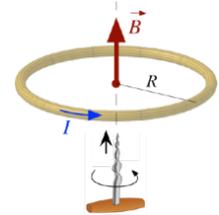
Возникающий в замкнутом контуре индукционный ток своим магнитным полем противодействует тому изменению магнитного потока, которым он вызван. (Цитата из учебника физики 11-го класса). Я бы обязательно добавил, что контур - проводящий, иначе ток не потечёт.

В 3-м УМ - это "скромный" минус в правой части: $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ²⁶.

Давайте разбираться.

Пусть у нас имеется незамкнутая поверхность и ограничивающий её **проводящий** контур. И пусть магнитное поле в окрестности нашей поверхности возрастает (вектор магнитной индукции становится больше по величине). Значит и поток через нашу поверхность растёт. Значит порождается в контуре (воображаемом математическом) вихревое электрическое поле. Значит течет в контуре (материальном проводящем) индукционный ток. Он течёт по круговому контуру и у него есть два варианта куда течь: либо по часовой стрелке (если смотреть сверху), либо против.

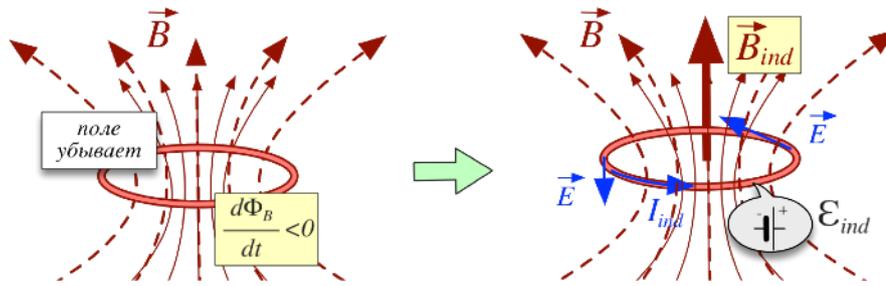
Как всякий ток, наш индукционный ток порождает магнитное поле. Как определить направление вектора индукции магнитного поля, порождаемого круговым током? По правилу буравчика. Наше магнитное поле возрастает, значит по правилу Ленца вектор индукции \vec{B}_{ind} должен быть направлен против возрастания исходного магнитного поля, то есть \vec{B}_{ind} должен



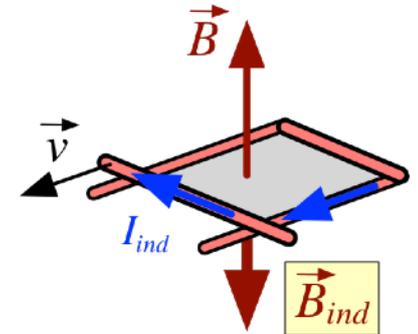
стремиться его уменьшить. То есть на рисунке \vec{B}_{ind} должен быть направлен вниз. Поэтому индукционный ток течет по часовой стрелке. А определив направление индукционного тока, совсем не трудно определить направление вектора напряженности вихревого электрического поля (этот вектор направлен в каждой точке контура в направлении тока) и направление действия ЭДС индукции (ток течет от плюса к минусу).

²⁶ Непосредственно из 3-го УМ по правилам векторного анализа можно сразу определить направление векторов напряженности вихревого электрического поля. Но я вас этими премудростями мучить не буду.

Аналогичные рассуждения позволят нам определить направление индукционного тока и в случае убывания магнитного поля.



Рассмотрим теперь проводящий контур в постоянном магнитном поле с подвижным проводником (мы эту конструкцию обсуждали). Проводник движется \Rightarrow площадь контура растёт \Rightarrow поток магнитной индукции растёт \Rightarrow возникает индукционный ток. Поскольку поток растёт, то по правилу Ленца вектор индукции \vec{B}_{ind} должен быть направлен против этого роста, а, следовательно, индукционный ток должен течь так, как показано на рисунке.



Правило Ленца - это словесное выражение смысла **минуса** в правой части 3-го УМ.

Алгоритм определения направления индукционного тока

- определяем направление линий магнитной индукции внешнего магнитного поля;
- определяем знак *изменения* потока $d\Phi$ вектора магнитной индукции \vec{B} ;
- определяем направление линий магнитной индукции \vec{B}_{ind} магнитного поля индукционного тока. Эти линии должны быть по правилу Ленца направлены противоположно линиям магнитной индукции \vec{B} при $d\Phi > 0$ и иметь одинаковое с ними направление при $d\Phi < 0$;
- зная направление линий магнитной индукции \vec{B}_{ind} , определяем направление индукционного тока I_{ind} , пользуясь правилом буравчика.



Вдумчивый ученик как всегда готов задать вопрос: "А если бы этого минуса не было в 3-м УМ?"

Открою вам страшную военную тайну: *если бы этого минуса не было, то не было бы нас с вами, не было бы и нашей Вселенной.*

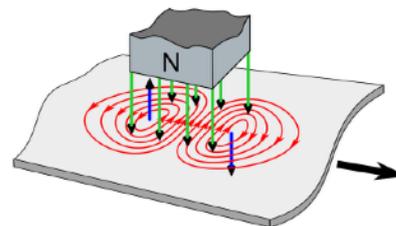
Вот посмотрите: если бы не было минуса (а был бы плюс), то при возрастании магнитного поля индукционный ток порождал бы сонаправленное магнитное поле, эти поля по принципу суперпозиций складывались, что означало бы ещё большее усиление магнитного поля. Индукционный ток увеличивался бы, порождая ещё большее сонаправленное поле и т.д. То есть при малейшем усилении магнитного поля оно бы тут же возрастало до бесконечности и произошёл бы большой "бу-бух". И именно наш "скромный" минус не даёт этому произойти. Он, как говорят, обеспечивает отрицательную обратную связь. Спасибо тебе, братец-минус!



➔ **Вихревые токи - токи Фуко** - ещё одно физическое явление, связанное с электромагнитной индукцией.

Мы до этого рассматривали проводники как тонкие линейные объекты. По сути - как нити, не имеющие объёма. В реальной жизни это, очевидно, не так. Проводники имеют размеры во всех трёх измерениях.

Вихревые токи (их ещё называют токи Фуко) - это такие замкнутые индукционные токи, которые протекают в объёме проводника из-за воздействия переменного магнитного поля. Причиной возникновения вихревых токов могут быть как изменение самого магнитного поля, так и движение проводника в нём (как в двух видах электромагнитной индукции).

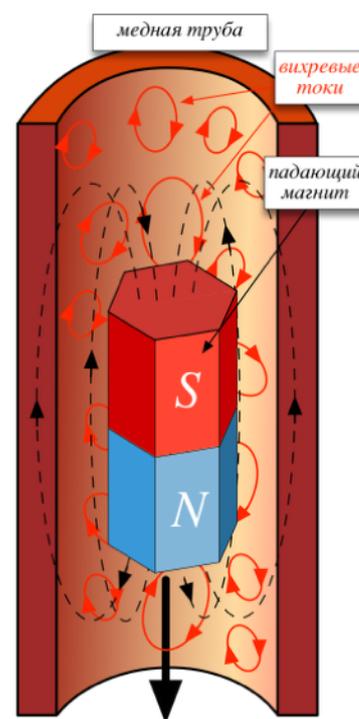


Траектория протекания таких токов - линии минимального электрического сопротивления в проводнике (за счет его микро-неоднородностей). *Эти вихревые токи способны взаимодействовать с магнитным полем, их породившим.*

Направление и сила вихревых токов зависят от формы проводника, находящегося в поле, от направления изменяющегося магнитного потока, от свойств материала, из которого сделан проводник, и, конечно, от скорости изменения магнитного потока. Распределение вихревых токов в металле, вообще говоря, может быть очень сложным.

Вихревые токи, как и всякие индукционные токи, подчиняются правилу Ленца, то есть они направлены так, что взаимодействие их с породившим магнитным полем тормозит то движение, которым вызывается индукция.

Вот иллюстрация механического действия вихревых токов. Имеется медная труба. Медь - диамагнетик и прекрасный проводник тока. В медную трубу бросаем постоянный магнит так, как показано на рисунке. Магнит движется вниз, движется и его магнитное поле. Это значит, что в соответствии с 3-м УМ порождается вихревое электрическое поле, а в любых замкнутых контурах внутри медной трубы (проводящих контурах, поскольку они располагаются внутри проводника) порождается индукционный вихревой ток. Вихревой индукционный ток порождает в свою очередь магнитное поле. Это поле ориентируется по правилу Ленца и направлено против движения магнита вниз. В результате движущиеся в вихревых токах электроны так взаимодействуют с магнитным полем постоянного магнита (силами Лоренца), что магнит начинает тормозить своё падение. При определенном соотношении массы магнита, его магнитной силы и параметров медной трубы такое торможение может быть весьма значительным.



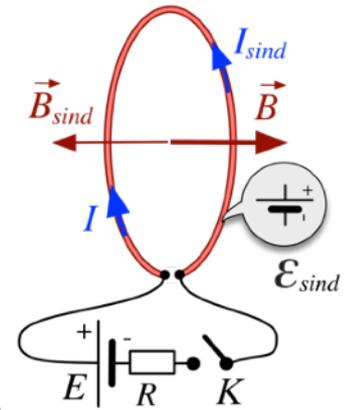
Расчет вихревых токов и эффектов от их протекания осуществляется методами моделирования на основе опытных данных.

Вихревые токи способны значительно нагревать проводник. Зачастую такое нагревание проводника является нежелательным эффектом (поскольку ведёт к потерям энергии) и с ним борются (в сердечниках трансформаторов и катушек переменного тока, в магнитных цепях машин). А иногда этот эффект используют по назначению для нагревания и плавления (индукционные печи). Вихревые токи проводника при взаимодействии с внешним магнитным полем оказывают на проводник механическое действие (на этом основаны индукционные тормоза).

→ Самоиндукция

До сих пор мы рассматривали следующую картину: есть **внешнее** магнитное поле и есть проводящий контур. Если поле изменяется (изменяется поток поля) по каким-то **внешним** причинам, то в контуре течет индукционный ток в направлении, соответствующем правилу Ленца.

А вот давайте рассмотрим такой пример. Есть проводящий круговой контур, он разомкнут и включен в электрическую схему, в которой есть батарея с ЭДС E , ключ K (изначально разомкнутый) и сопротивление R (считаем, что всё активное сопротивление нашей цепи в этом R заключено)²⁷.



Замыкаем ключ K . Что произойдет? Не очень вдумчивому ученику кажется, что в цепи мгновенно потечет ток $I = \frac{E}{R}$. Но это неверно.

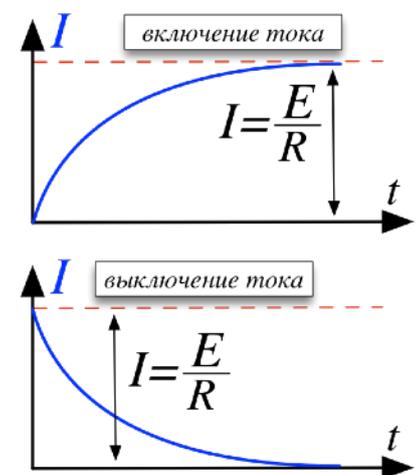
Во-первых, ничто в нашей Вселенной не происходит мгновенно: есть универсальное ограничение в виде скорости света. Быстро - да. Но быстро по сравнению с чем?

Во-вторых, картина с током в нашем контуре будет другой. После замыкания ключа ток собирается быстро потечь по всей нашей цепи и стать $I = \frac{E}{R}$. И он начинает очень быстро нарастать. Мы уже знаем, что любой ток создает магнитное поле, а про магнитное поле в проводящем круговом контуре мы даже знаем его (поля) направление и величину. И, нарастая, наш ток создает **нарастающее** магнитное поле \vec{B} . Это понятно.

Если бы это нарастающее магнитное поле было бы внешним по отношению к нашему контуру, то мы могли бы сказать, что в соответствии с законом электромагнитной индукции в контуре должен потечь индукционный ток, подчиняющийся правилу Ленца. Но то-то и оно, что нарастающее магнитное поле не является внешним по отношению к контуру - оно порождено током, по контуру протекающим. Но несмотря на это, индукционный ток, порождаемый изменением магнитного поля \vec{B} , появляется и течет! В этом и заключается явление **самоиндукции**! В соответствии с правилом Ленца индукционный (самоиндукционный) ток I_{sind} направлен так, чтобы порождаемое им магнитное поле B_{sind} было направлено против увеличения исходного магнитного поля \vec{B} . То есть ток I_{sind} тормозит **резкое** нарастания тока I . А когда ток I достигнет значения $I = \frac{E}{R}$ и прекратит нарастать, тогда механизм самоиндукции "выключится" и ток самоиндукции исчезнет. Но дело сделано - мы избежали резкого нарастания тока I .

А если теперь ключ K разомкнуть, то механизм самоиндукции не даст току I резко пропасть - аналогичные рассуждения можно провести и для этого случая.

На временных диаграммах зависимости тока I от времени для обоих случаев это видно наглядно.

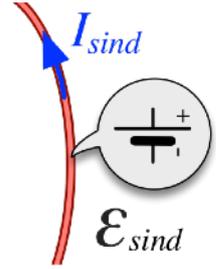


²⁷ Надеюсь, что какие-то знания из школьной физики про электрические цепи у вас есть. Мы их ещё освежим в Истории про Ток.



Самоиндукция - это явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении протекающего через контур тока. Самоиндукция является частным случаем разнообразных проявлений электромагнитной индукции.

В определении самоиндукции говорится об ЭДС самоиндукции. Это и понятно: протекание тока самоиндукции I_{sind} можно **эквивалентно** представить как включение в цепь батареи \mathcal{E}_{sind} .

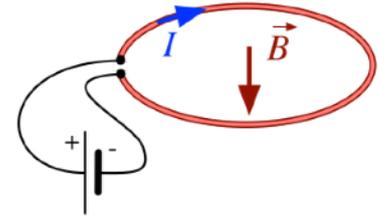


Самоиндукция в электрических цепях сходна с инерцией в механике.

А коли явление самоиндукции - это вид электромагнитной индукции, то можно записать:

$$\mathcal{E}_{sind} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Вернёмся к нашему проводящему круговому контуру. Чему равен поток магнитного поля через него? Правильно: $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = B \cdot \pi \cdot r^2$, где r - радиус контура.



А чему равен вектор магнитной индукции магнитного поля кругового контура, порождаемого током I , протекающим по нему?

Правильно: $B = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{2r}$. Тогда поток равен: $\Phi = \pi \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot r}{2} \cdot I$. Поскольку геометрия контура постоянна, то $\mathcal{E}_{sind} = - \frac{\pi \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot r}{2} \cdot \frac{dI}{dt}$. Величину $\frac{\pi \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot r}{2}$ называют

ИНДУКТИВНОСТЬЮ контура, обозначают L и измеряют в [**Генри = Гн**]. То есть

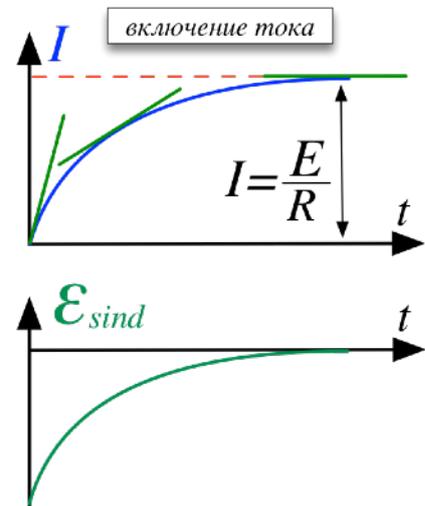
$\mathcal{E}_{sind} = - L \cdot \frac{dI}{dt}$. Если рассмотреть не только круговой контур, но и катушку с током, прямолинейный проводник с током, да и вообще любой проводник с током, то формула остаётся справедливой²⁸: $\mathcal{E}_{sind} = - L \cdot \frac{dI}{dt}$, где L - индуктивность проводника.

Индуктивность проводника определяется геометрией проводника и магнитной проницаемостью среды, в которую проводник помещён.

Индуктивность является электрической инерцией, подобной механической инерции тел. А вот мерой этой электрической инерции как свойства проводника может служить ЭДС самоиндукции. Индуктивность является свойством проводника противодействовать появлению, прекращению и всякому изменению электрического тока в нём.

Взглянем на график зависимости тока от времени при рассмотренном нами выше включении тока в контуре. Из

формулы $\mathcal{E}_{sind} = - L \cdot \frac{dI}{dt}$ можно построить график зависимости величины ЭДС самоиндукции от времени, помня, что производная $\frac{dI}{dt}$ равна тангенсу угла наклона касательной к графику $I(t)$.



Итак, индуктивность кругового проводника:

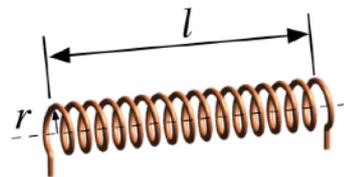
$$L = \frac{\pi \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot r}{2}, \text{ где } r \text{ - радиус контура.}$$

²⁸ Это вытекает из закона Био-Савара-Лапласа.

Индуктивность *соленоида* (катушки с током, длина которой намного больше её диаметра) легко определяется из известных нам формул:

$$L = \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot r^2}{l} = \mu_0 \cdot n^2 \cdot V,$$

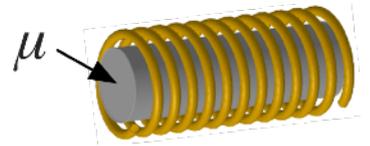
где r - радиус соленоида, l - его длина, N - количество витков в соленоиде, n - плотность намотки витков [количество витков на метр], V - объём соленоида.



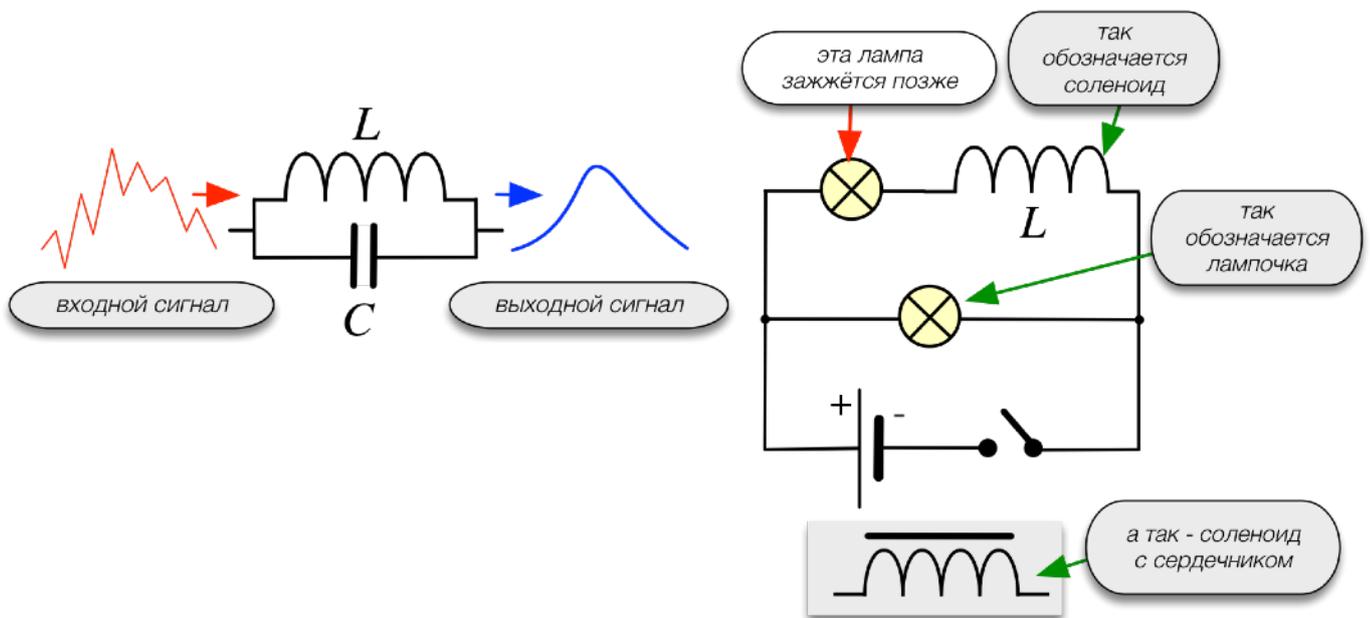
А если в соленоид вставлен ферромагнитный сердечник, то формула индуктивности

$$L = \mu \cdot \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot r^2}{l} = \mu \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot V.$$

Ферромагнитные сердечники вставляют для увеличения индуктивности (мы помним, что у ферромагнетиков $\mu \gg 1$).



Вот вам пример (\Rightarrow) электрической схемы с индуктивностью. Активные сопротивления (резисторы), ёмкости (конденсаторы) и индуктивности (катушки и соленоиды) - основные элементы электротехнических схем. Ниже (\Downarrow) пример того, как индуктивность, соединённая параллельно с конденсатором, образует LC -фильтр. Этот фильтр убирает помехи из входного сигнала.



Когда мы будем говорить о колебаниях в электрических цепях, то увидим насколько индуктивность и ёмкость схемы определяют параметры колебаний.

Любой проводник обладает электрическим сопротивлением (способностью переводить электрическую энергию в тепловую), ёмкостью (способностью накапливать заряд) и индуктивностью (способностью противодействовать изменению тока). Зачастую эти параметры являются паразитными - мешающими задуманному электрическому процессу. С этими паразитными сопротивлениями, ёмкостями и индуктивностями борются разными схемотехническими методами.

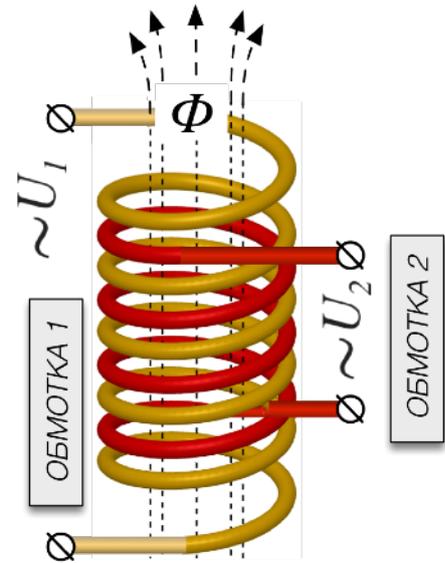
➔ **Взаимоиндукция** - ещё одно проявление электромагнитной индукции.

Есть у нас катушка (обмотка 1) со своими выводами. А если прямо на витки этой катушки намотать поверх витки другой катушки (обмотка 2) тоже со своими выводами? Давайте намотаем. Теперь на выводы обмотки 1 подадим *изменяющийся* ток (изменяющееся напряжение).

Изменяющийся ток в обмотке 1 породит изменяющийся магнитный поток Φ . Но этот же изменяющийся магнитный поток пронизывает и витки обмотки 2! *То есть в каждой витке обмотки 1 и обмотки 2 индуцируется одинаковая ЭДС.* Следовательно, в обмотке 2 потечет индукционный ток. Пусть N_1 - количество витков в обмотке 1, а N_2 - в обмотке 2. Витки в каждой из обмоток одинаковы. Поэтому можно

записать $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$. То есть мы имеем **трансформатор**

(преобразователь) напряжения. Путём подбора соотношения количества витков в обмотках можно получать повышающий и понижающий трансформаторы. Ввиду того, что потери мощности в трансформаторе обычно малы, можно приближенно принять, что *мощности в первичной и вторичной обмотках одинаковы.*



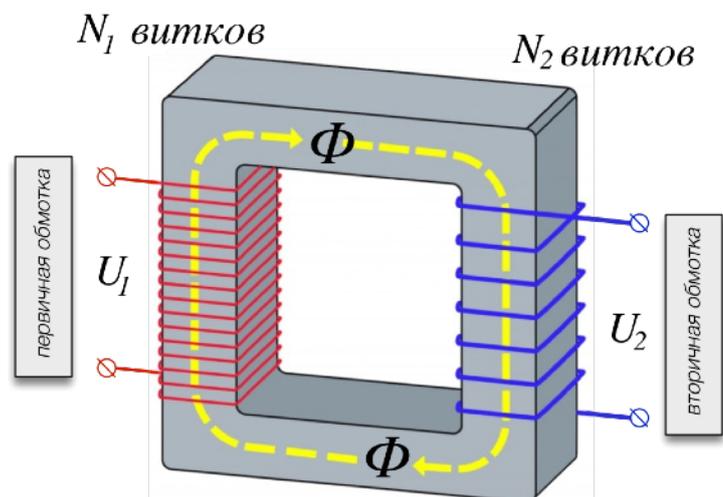
Самоиндукция, индуктивность, взаимная индукция работают тогда, когда ток (напряжение) изменяются. При установившемся постоянном токе эти механизмы "выключаются"!

Трансформатор НЕ МОЖЕТ осуществить преобразование напряжения ПОСТОЯННОГО тока.

На практике обмотки трансформатора наматывают на ферромагнитный сердечник. Как мы помним из разговора про ферромагнетики, магнитный поток, образованный в результате изменяющегося тока в первичной обмотке, распространяется целиком по телу ферромагнетика и полностью проходит через витки вторичной обмотки.

И отношение напряжений на обмотках

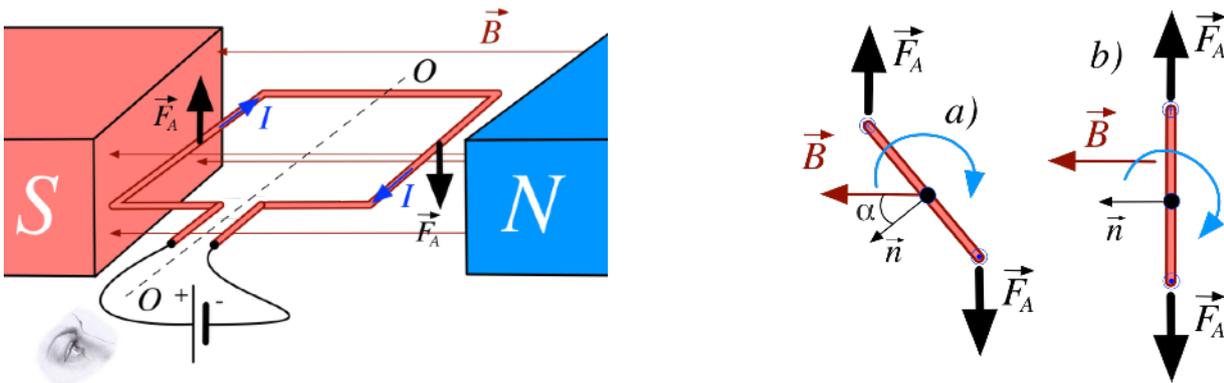
остаётся тем же самым: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$.



➔ Контур в магнитном поле

Выше мы уже рассматривали поведение рамки с током в магнитном поле.

Напомню. Пусть у нас есть плоская прямоугольная рамка в постоянном однородном магнитном поле. По рамке течет ток (рамка подключена к батарее). На стороны рамки действуют силы Ампера. Если угол между вектором индукции магнитного поля и вектором нормали к плоскости рамки не равен нулю (положение а) на рисунке), то на рамку действует вращательный момент $M = I \cdot B \cdot S \cdot \sin\alpha$ (называемый **МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ КОНТУРА С ТОКОМ**), пытающийся механически повернуть рамку вокруг оси OO в соответствующем направлении.



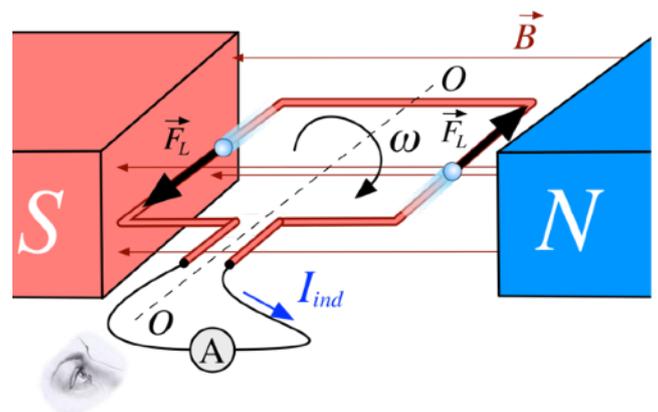
В положении б), когда угол равен нулю, силы Ампера пытаются просто растянуть рамку, вращательного момента не создавая. Но поскольку рамка - тело материальное и имеет массу, она, уже набрав некоторую угловую скорость, по инерции проскакивает это положение "мёртвой точки" и вновь появляющийся момент контура продолжает поворачивать рамку в прежнем направлении.

В этом и состоит принцип работы электродвигателя. Для увеличения мощности используют не просто рамку, а многovitковые обмотки, причем несколько обмоток повернуты друг относительно друга на определённый угол, чтобы вообще устранить "эффект мёртвой точки". Видов и типов электродвигателей есть великое множество.



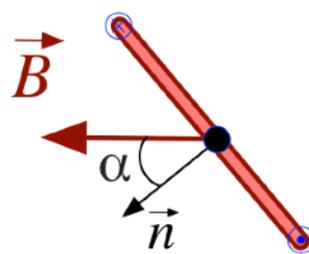
А теперь давайте немного изменим наш опыт. Вместо батареи включим амперметр - он будет показывать ток, проходящий по рамке. Пока рамка стоит неподвижно никакого тока в цепи нет. А давайте начнём крутить (хотя бы просто руками) рамку вокруг оси OO . Опаньки!

Амперметр показывает ток! Что происходит? Ну мы-то уже всё прекрасно понимаем. Рамка начала вращаться и начал меняться магнитный поток через неё. А это значит, что включился процесс индукции. Индукции второго типа, где за протекание индукционного тока несут



ответственность силы Лоренца. Вот этот самый индукционный ток и показывает амперметр.

Поток через рамку выражается как $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$. Если мы крутим рамку с постоянной угловой скоростью ω , то угол α можно записать как $\alpha = \omega \cdot t$.



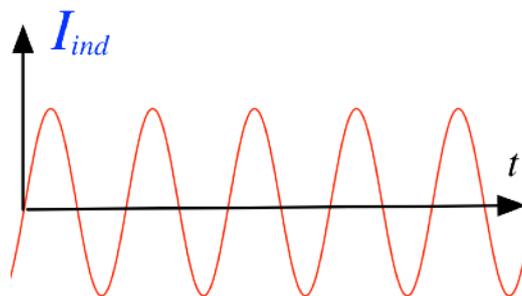
Тогда выражение для индукционного тока можно записать как

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d(B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t))}{dt} = -\frac{B \cdot S}{R} \cdot \frac{d(\cos(\omega \cdot t))}{dt}, \text{ где } R -$$

сопротивление рамки. И по правилам взятия производной имеем:

$$I_{ind} = \frac{\omega \cdot B \cdot S}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t). \text{ Мы даже можем графически представить эту зависимость:}$$

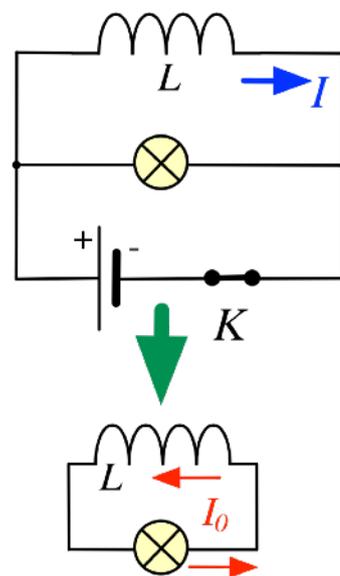
В данном случае мы разобрали принцип действия простейшего генератора переменного тока. Их тоже великое множество видов.



Но что замечательно: подключите к нашей рамке батарею и запустите тем самым по ней ток - и вы получите электродвигатель: устройство, преобразующее электрическую энергию в механическую. И наоборот: подключите к нашей рамке (вместо батареи) лампочку (замкните контур) и начните механически вращать рамку - и вы получите электрогенератор: устройство, преобразующее механическую энергию в электрическую. То есть электродвигатель можно использовать как генератор и наоборот.

➡ Энергия магнитного поля

Давайте рассмотрим такую схему. Пока ключ замкнут и все электрические процессы постоянны, через индуктивность L протекает установившийся ток I . Теперь размыкаем ключ K - отключаем от схемы батарею - источник электрической энергии. Лампа гаснет (ток I по ней уже не течёт), но потом вспыхивает на короткое время. Что произошло? Через лампу прошел ток самоиндукции, заставив её вспыхнуть. Мы же помним, что самоиндукция "борется" с резкими изменениями тока в цепи, в том числе и с отключением.



То есть ключом K мы отключили схему от источника внешней энергии, но после этого какая-то энергия "нашла в себе силы", чтобы заставить лампу вспыхнуть. Откуда эта энергия взялась? А это и есть энергия магнитного поля, запасённая в индуктивности L .



Магнитное поле обладает энергией. Подобно тому, как в заряженном конденсаторе имеется запас электрической энергии, в катушке, по виткам которой протекает ток, имеется запас магнитной энергии. *Магнитное поле в момент своего появления запасает энергию, которую отдаёт при своём исчезновении. Энергия магнитного поля показывает, какую работу затратил электрический ток в катушке индуктивности на создание этого магнитного поля.*

А как посчитать эту энергию? Вот формула для магнитной энергии, запасенной в катушке с индуктивностью L , через которую проходит ток I :
$$W_m = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\Phi \cdot I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L},$$
 где Φ - магнитный поток, пронизывающий катушку.

Энергия магнитного поля преобразуется в другие формы энергии при изменении магнитного поля (в нашей схеме - в джоулеву тепловую энергию при вспыхивании лампочки). Где она заключена? Во всём объёме пространства, в котором существует магнитное поле.

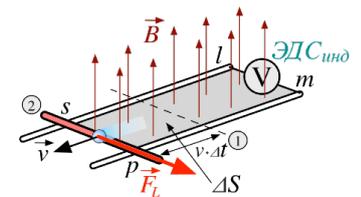
=====

Ну вот, теперь про магнитное поле мы знаем почти всё (и про постоянное и про изменяющееся).

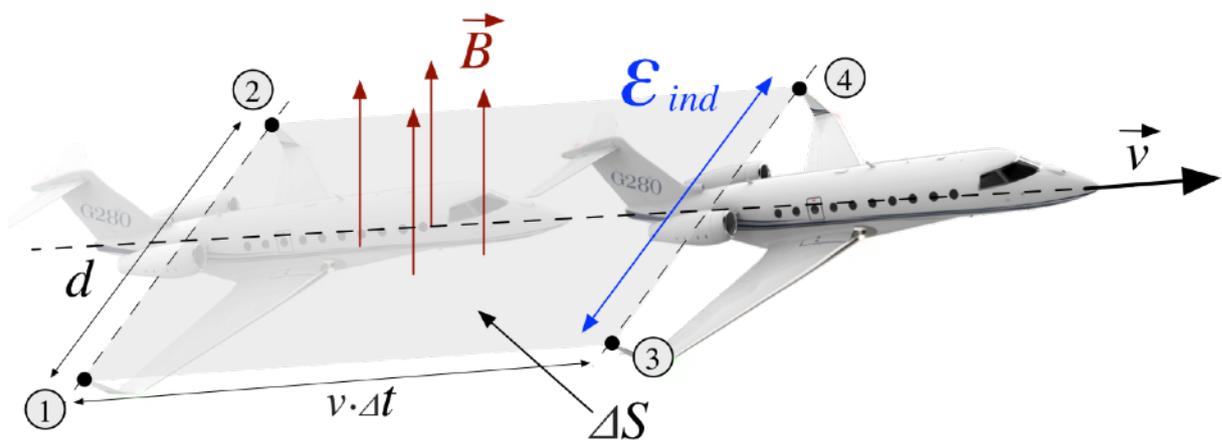
Ну а теперь - ЗАДАЧИ

> Задача - индукция: Самолет летит горизонтально со скоростью $v = 900$ км/ч. Найти разность потенциалов, возникающую между концами его крыльев, если вертикальная составляющая земного магнитного поля $B = 0,5$ мкТл, а размах крыльев самолета $d = 50$ м.

Решение: А вам не кажется, что такую задачу мы уже решали? Ну конечно, когда мы рассматривали индукцию и говорили о подвижном проводнике, скользящем по направляющим в постоянном магнитном поле. Мы поняли, что имеем дело с электромагнитной индукцией второго вида (магнитное поле постоянно - изменяется контур. За возникновение ЭДС индукции отвечают силы Лоренца).

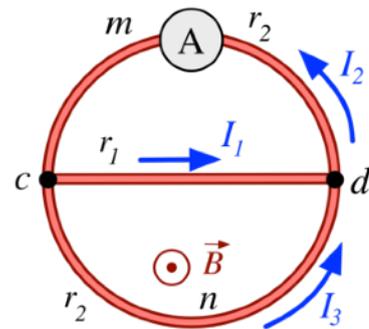


Ну так чем наш летящий самолет отличается от движущегося проводника? В смысле физики - ничем. Ведь самолёт - "железный".



А посему:
$$\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} = - B \frac{\Delta S}{\Delta t} = - B \cdot v \cdot d,$$
 что дает $\epsilon_{ind} = 6,25$ мВ.

> Задача - индукция: Какой ток покажет амперметр в схеме, если индукция перпендикулярна к плоскости рисунка однородного магнитного поля меняется с течением времени по закону $B = k \cdot t$? Точки c и d лежат на концах диаметра проволочного кольца. Сопротивление единицы длины проволоки равно R , диаметр кольца равен D .



Решение: Рассмотрим контуры cmd и cnd , площади которых равны $S = \frac{\pi}{8} D^2$. ЭДС индукции в каждом контуре

$$\varepsilon_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\pi \cdot k}{8} D^2.$$
 Сопротивления

$$r_{cd} = r_1 = R \cdot D, \quad r_{cmd} = r_{cnd} = r_2 = \frac{\pi}{2} R \cdot D.$$
 Пусть ЭДС

индукции вызывает в контурах токи, направления которых показаны на рисунке. Взяв направление обхода контуров против часовой стрелки и применив правила Кирхгофа (про это вы должны знать из курса школьной физики. Об этом мы будем также говорить в Истории про Ток), получим: $I_1 \cdot r_1 + I_2 \cdot r_2 = \varepsilon_{ind}$; $I_3 \cdot r_2 - I_1 \cdot r_1 = \varepsilon_{ind}$; $I_1 + I_3 = I_2$. Решив эти уравнения, получим:

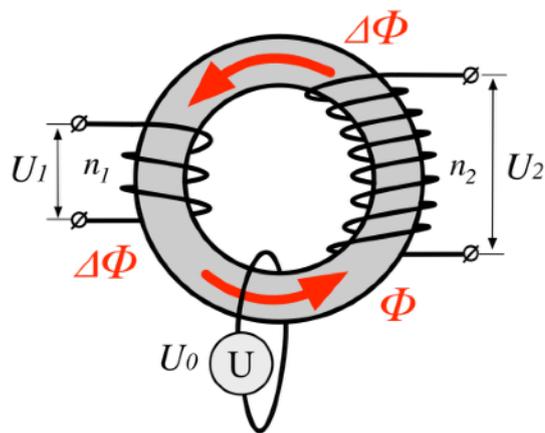
$$I_1 = 0; \quad I_2 = I_3 = \frac{k \cdot D}{4R}.$$

> Задача - самоиндукция: В проводнике индуктивностью L сила тока в течении времени Δt равномерно возрастает от 0 до некоторого значения I . При этом в проводнике возникает ЭДС самоиндукции ε_{sind} . Определите конечное значение I силы тока в проводнике.

Решение: Из формулы ЭДС самоиндукции: $\varepsilon_{sind} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{I-0}{\Delta t}$, откуда

$$I = \frac{\varepsilon_{sind} \cdot \Delta t}{L}.$$

> Задача - взаимоиנדукция: Трансформатор, повышающий напряжение с $U_1 = 100$ Вольт до $U_2 = 3300$ Вольт, имеет замкнутый сердечник в виде кольца. Через кольцо пропущен провод, концы которого подсоединены к вольтметру. Вольтметр показывает $U_0 = 0,5$ Вольт. Сколько витков имеют обмотки трансформатора?



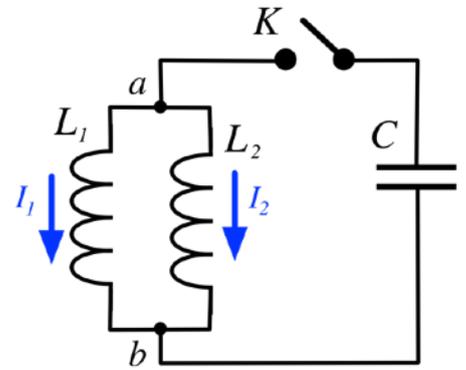
Решение: Известно, что отношение входного и выходного напряжения на трансформаторе равно

отношению количества витков в его обмотках: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$ [1]. Провод с вольтметром

образует контур, который пронизывается тем же магнитным потоком, что и обмотки трансформатора, и является по сути одновитковой обмоткой. Поэтому $\frac{U_1}{U_0} = \frac{n_1}{1}$, откуда

$n_1 = 200$. Подставив n_1 в [1] получаем $n_2 = 6600$.

> **Задача - индуктивность, энергия магнитного поля:**
 Заряженный конденсатор емкости C через ключ K подключен к двум параллельно соединенным катушкам с индуктивностями L_1 и L_2 . В начальный момент времени ключ разомкнут. Если замкнуть ключ K , то через катушки потекут токи. Максимальный ток, протекающий через катушку L_1 , оказался равным I_1 . Найти первоначальный заряд на конденсаторе. Сопротивлением катушек пренебречь.



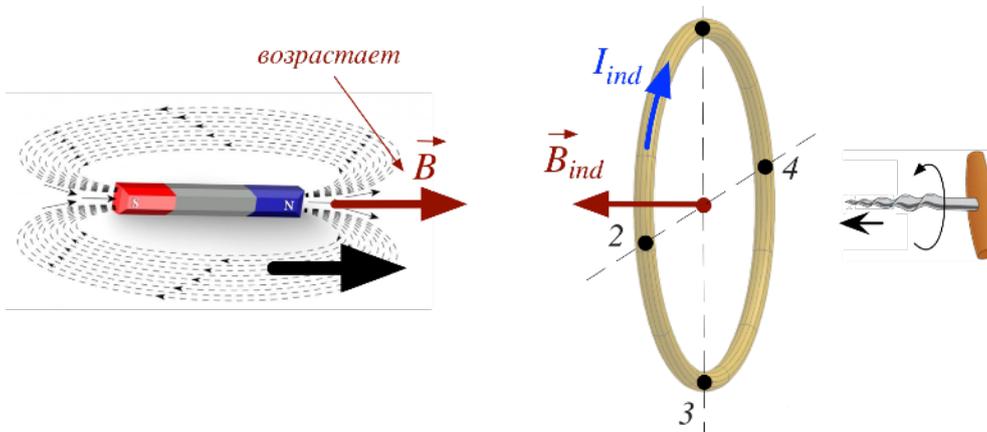
Решение: Обозначим токи, протекающие через катушки I_1 и I_2 соответственно. До замыкания ключа $I_1 = I_2 = 0$. После замыкания ЭДС самоиндукции в катушке L_1 равна ЭДС самоиндукции в катушке L_2 и равна U_{ab} . Поэтому:

$$U_{ab} = \varepsilon_{ind1} = \varepsilon_{ind2}; \quad \varepsilon_{ind1} = -L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t}; \quad \varepsilon_{ind2} = -L_2 \frac{\Delta I_2}{\Delta t}; \quad \Rightarrow \quad L_1 \cdot \Delta I_1 = L_2 \cdot \Delta I_2$$

А поскольку $I_{10} = I_{20} \Rightarrow L_1 \cdot I_1 = L_2 \cdot I_2$ [1]. В момент, *когда токи через катушки достигают максимума, вся энергия, ранее запасенная в конденсаторе, переходит в энергию магнитного поля токов (!!!):* $L_1 \frac{I_1^2}{2} + L_2 \frac{I_2^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$, подставляя I_2 из [1], получим

$$q = I_1 \sqrt{C \cdot L_1 \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right)}$$

> **А вот задачка из ЕГЭ.** К медному кольцу, висящему на нити, подносят постоянный магнит (как показано на рисунке). Опишите поведение кольца.



Решение:

Магнит приближается к кольцу \Rightarrow возрастает поток магнитного поля \vec{B} через кольцо \Rightarrow в кольце возникает явление электромагнитной индукции \Rightarrow в кольце потечёт индукционный ток I_{ind} . Надо определить его направление.

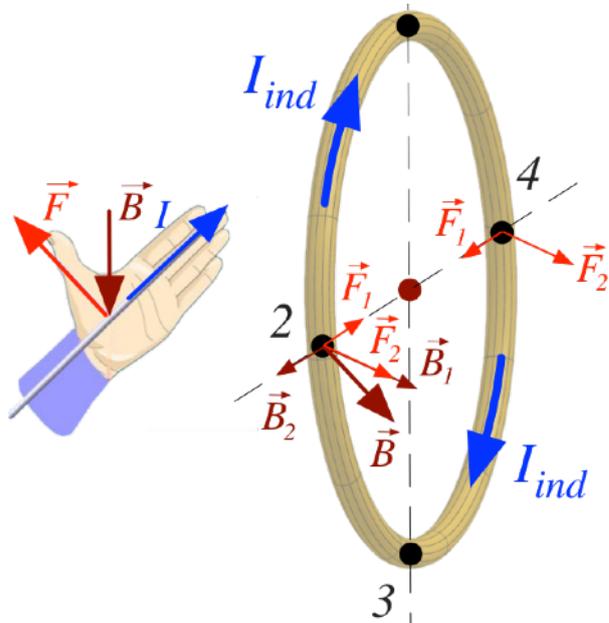
Это направление определяется правилом Ленца:

Возникающий в замкнутом контуре индукционный ток своим магнитным полем противодействует тому изменению магнитного потока, которым он вызван.

Ага. Индукционный ток в кольце породит своё собственное магнитное поле \vec{B}_{ind} . И это поле \vec{B}_{ind} должно быть направлено так, чтобы противодействовать возрастающему потоку породившего его магнитного поля \vec{B} . То есть \vec{B}_{ind} должно быть направлено так, чтобы

уменьшить возрастающее поле \vec{B} - то есть навстречу ему. С направлением магнитного поля \vec{B}_{ind} определились. А по правилу буравчика легко определим и направление породившего его индукционного тока I_{ind} . С направлением индукционного тока определились.

Давайте определяться с силами. Какими силами? Силами Ампера. Порождённый индукционный ток в кольце будет взаимодействовать с породившим его магнитным полем \vec{B} . На кольцо будут действовать силы Ампера. Вот сейчас с ними аккуратненько разберёмся. Правило левой руки нам в помощь. Вот тут такая хитрюленька. Если бы силовые линии магнитного поля \vec{B} были бы строго перпендикулярны плоскости кольца, то



на любой кусочек кольца действовала бы сила Ампера, вектор которой лежал бы в плоскости кольца и был бы направлен к его центру - чётко по правилу левой руки. Эти силы стягивали бы кольцо. Но силовые линии магнитного поля постоянного магнита не перпендикулярны плоскости кольца - они заворачиваются, направляясь к южному полюсу магнита. Рассмотрим внимательно точку 2. В этой точке вектор \vec{B} направлен **неперпендикулярно** плоскости кольца. Разложим его на два вектора: \vec{B}_1 , перпендикулярный плоскости кольца и \vec{B}_2 , направленный по оси кольца 2-4. Вектор \vec{B}_1 породит силу Ампера \vec{F}_1 , стягивающую кольцо. А вот вектор \vec{B}_2 породит силу Ампера \vec{F}_2 , перпендикулярную плоскости кольца и направленную так, как показано на рисунке (проверьте левой рукой).

Точно такие же рассуждения можно сделать и относительно точки 4: в ней тоже будут действовать стягивающая сила и сила, сонаправленная \vec{F}_2 . Стягивающие силы нам не очень интересны - они по всей длине кольца взаимокompенсируются. А вот действие всех сил, сонаправленных \vec{F}_2 , приведут к тому, что кольцо будет "убегать" от магнита. Оно будет стараться вырваться из нарастающего магнитного поля. Вот и ответ на вопросы задачи.

В случае, когда магнит удаляется от кольца, всё будет наоборот.

=====

➔ Возвращаемся к четвёртому уравнению Максвелла

Давайте ещё разок вспомним кто кого порождает в Электродинамике.

Итак:

- неподвижные электрические заряды порождают потенциальное электростатическое поле;
- движущиеся заряды (токи) порождают вихревое магнитное поле;
- изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.

Не кажется ли вам, что к этому списку "кто кого порождает" логично было бы добавить что-то на тему "какое-то электрическое поле порождает какое-то магнитное поле"? И тогда бы круг порождений замкнулся.

Да, такая "опция" есть. Для этого нам придётся вновь обратиться к четвёртому уравнению Максвелла. Мы им пользовались, когда разговаривали о порождении магнитного поля токами. В общем виде оно выглядит вот так: $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = I + \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (оно является самым "сложным" из всех четырёх уравнений Максвелла).

Говоря о Магнитостатике, в которой и токи и поля постоянны, мы полагали слагаемое $\frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (скорость изменения потока электростатического поля) равным нулю и рассматривали "усеченный магнитостатический вариант" 4-го УМ: $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = I$ - а это и есть закон Био-Савара-Лапласа.

Но с Магнитостатикой мы разобрались. Теперь мы говорим об изменяющихся полях. Пусть в окружающем нас пространстве нет никаких токов, а есть изменяющееся электрическое поле (о причинах того, почему оно изменяется, мы пока думать не будем). Тогда 4-е УМ будет выглядеть вот так: $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Не пытайтесь вас заставить разбираться в нагромождении страшных интегралов (на самом деле они не страшные, а очень хорошие), хочу подчеркнуть физический смысл последнего уравнения:

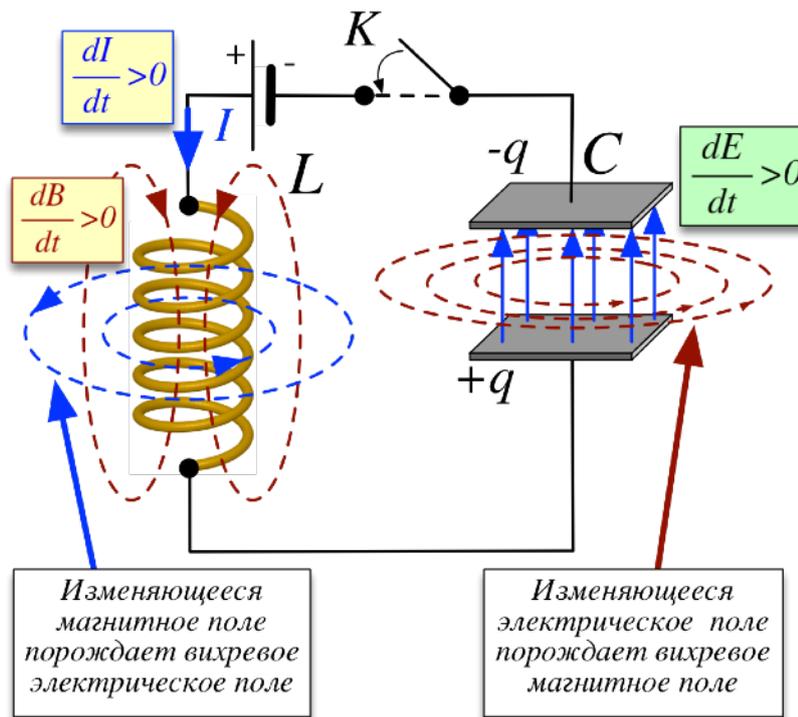
изменяющееся во времени электрическое поле порождает вихревое магнитное поле!

4-е УМ в целом об этом и говорит: вихревое магнитное поле порождается либо токами, либо (а порой и совместно) изменяющимся во времени электрическим полем.

Всё, "круг порождений" замкнулся! Вот их полный список:

- неподвижные электрические заряды порождают потенциальное электростатическое поле;
- движущиеся заряды (токи) порождают вихревое магнитное поле;
- изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле;
- изменяющееся электрическое поле порождает вихревое магнитное поле.

Давайте рассмотрим вот такую несложную электрическую схему: катушка индуктивности и конденсатор подключены к батарее через замыкаемый ключ. В исходном положении ключ разомкнут, а конденсатор разряжен.



Замыкаем ключ. Что происходит? Если бы в цепи не было катушки индуктивности, то по цепи очень быстро бы протёк ток I , который зарядил бы пластины конденсатора до напряжения батареи и на этом бы всё успокоилось - ток течь перестал бы.

Но катушка в цепи есть, а мы знаем, что индуктивность "не любит", когда ток пытается протечь очень быстро. После замыкания ток начинает течь. Ток в катушке порождает магнитное поле - это мы проходили. Но ток возрастает ($\frac{dI}{dt} > 0$), стремясь зарядить

конденсатор. Ток возрастает \Rightarrow возрастает магнитное поле катушки ($\frac{dB}{dt} > 0$) \Rightarrow это

порождает вихревое электрическое поле в катушке \Rightarrow "включается" процесс самоиндукции.

Вихревое электрическое поле порождает ток самоиндукции в катушке, который не даёт исходному току I протечь очень быстро. Но ток I всё-таки течёт и постепенно заряжает пластины конденсатора. А коли на пластинах конденсатора появляется заряд, то в конденсаторе возникает электростатическое поле. Поскольку этот заряд благодаря задержке протекания тока I увеличивается не очень быстро, то электростатическое поле

тоже увеличивается в таком же темпе ($\frac{dE}{dt} > 0$). А возрастающее электрическое поле

порождает вихревое магнитное поле в конденсаторе. В конце концов ток I зарядит пластины конденсатора до напряжения батареи и на этом все процессы в схеме прекратятся: ток I течь перестанет, самоиндукция "выключится", напряжённость электростатического поля в конденсаторе достигнет максимума. Таким образом в этой простой схеме нам удалось наблюдать оба процесса порождений: изменяющееся магнитное поле породило вихревое электрическое поле и изменяющееся электростатическое поле породило вихревое магнитное поле.

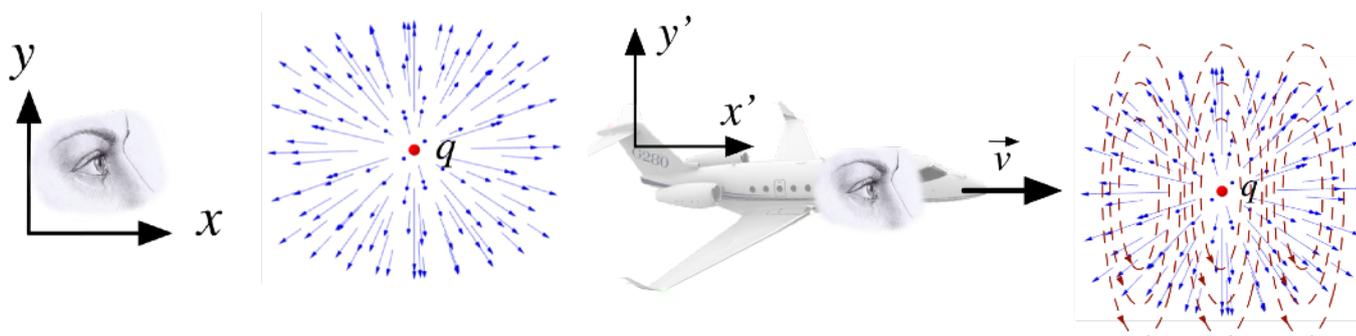
После открытия взаимосвязи между изменяющимися электрическим и магнитными полями стало ясно, что эти поля не существуют обособленно, независимо одно от другого. Нельзя создать переменное магнитное поле без того, чтобы одновременно в пространстве не возникло и электрическое поле. И наоборот, переменное электрическое поле не может существовать без магнитного.



Не менее важно и то, что электрическое поле без магнитного или магнитное без электрического может существовать лишь по отношению к определённой системе отсчёта. Так, покоящийся заряд создаёт только электрическое поле. Но ведь заряд покоится лишь относительно определённой системы отсчёта. Относительно других систем отсчёта он может двигаться и, следовательно, создавать и магнитное поле.

Точно так же в системе отсчёта, связанной с магнитом, обнаруживается лишь магнитное поле. Но движущийся относительно магнита наблюдатель обнаружит и электрическое поле.

Значит, утверждение, что в данной точке пространства существует только электрическое или только магнитное поле, бессмысленно, если не указать, по отношению к какой системе отсчёта эти поля рассматриваются.



Наблюдатель, неподвижный относительно заряда, видит электростатическое поле, зарядом создаваемое.

Наблюдатель, движущийся относительно заряда, видит помимо электростатического поля ещё и магнитное.

Электрические и магнитные поля - проявление единого целого - электромагнитного поля. Электромагнитное поле - особая форма материи, осуществляющая электромагнитное взаимодействие.

В зависимости от того, в какой системе отсчёта рассматриваются электромагнитные процессы, проявляются те или иные стороны единого целого - электромагнитного поля. Все инерциальные системы отсчёта равноправны. Поэтому ни одному из обнаруживаемых проявлений электромагнитного поля не может быть отдано предпочтение.

■ А теперь ещё одно интересное следствие. Взгляните: 3-е УМ $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$

(переменное магнитное поле порождает электрическое поле) и 4-е УМ без токов $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (переменное электрическое поле порождает магнитное поле).

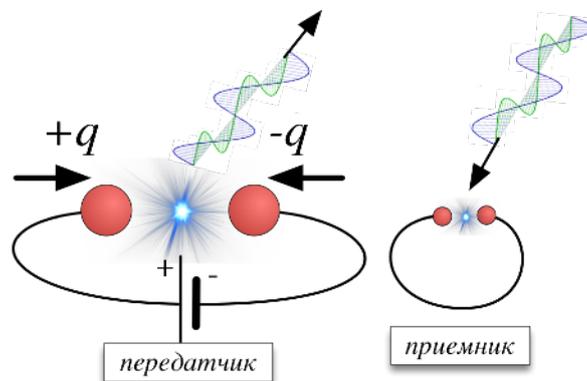
То есть **переменные поля порождают друг друга!** Для этого не нужны никакие заряды и токи - переменные поля порождают друг друга сами!

Этот и некоторые другие факты привели Максвелла к следующим идеям:

- любое изменение во времени магнитного поля приводит к возникновению изменяющегося электрического поля, а всякое изменение во времени электрического поля порождает изменяющееся магнитное поле. Эти порождающие друг друга переменные электрические и магнитные поля образуют единое электромагнитное поле;
- источник электромагнитного поля - электрические заряды, движущиеся **с ускорением**;
- электромагнитная волна - это распространение электромагнитных полей в пространстве и во времени. Электромагнитные волны существуют;
- электромагнитные волны, в отличие от звуковых волн, могут распространяться в вакууме или любом другом веществе;
- электромагнитные волны в вакууме распространяются со скоростью света, в среде эта скорость уменьшается;
- колебания вектора напряженности E и вектора магнитной индукции B происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях и перпендикулярно направлению распространения волны (вектору скорости);
- электромагнитная волна переносит энергию.

Эти идеи полностью подтвердил экспериментально *немецкий физик Генрих Герц* в 1888 году.

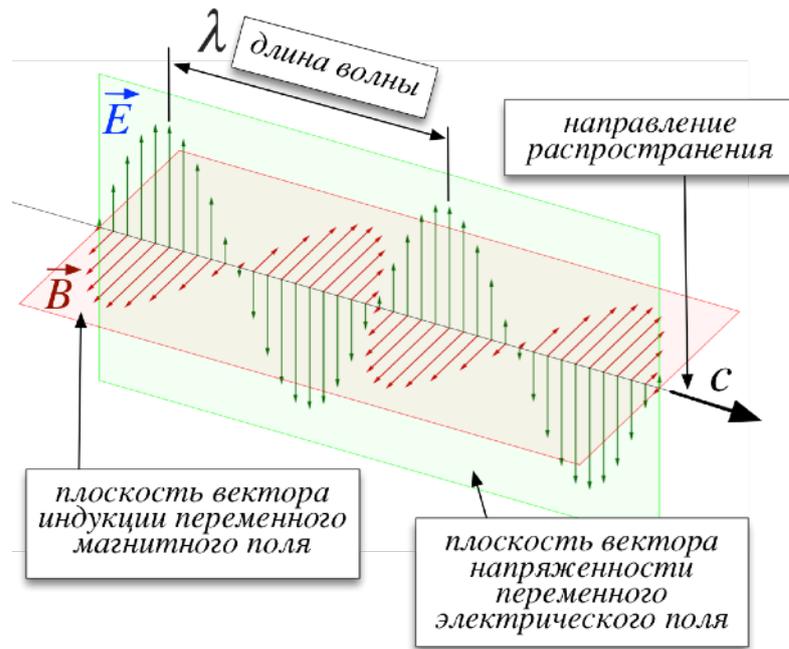
Суть опытов Герца заключалась в следующем: два медных шара заряжались от батареи. Шары начинали сближать. В какой-то момент электростатическое поле между разноименно заряженными шарами осуществляло пробой слоя воздуха - между шарами проскакивала искра. Искра - это поток ускоряющихся электронов. В результате излучалась электромагнитная волна.



Так работал передатчик электромагнитных волн. Приемник имел аналогичную конструкцию: о приходе электромагнитной волны свидетельствовали искорки, проскакивающие между маленькими медными шариками. Именно наблюдение искорок в приёмнике синхронно с появлением искр пробоя в передатчике и подтвердило существование электромагнитных волн.

→ Электромагнитные волны

Как "устроена" электромагнитная (ЭМ) волна?



В любой фиксированный момент времени распределение значений напряженности и индукции векторов вдоль направления распространения имеет вид двух синусоид, расположенных в перпендикулярных друг другу плоскостях.

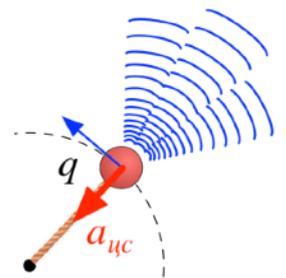
Длина волны λ - это расстояние между двумя ближайшими максимумами поля.

Частота волны определяется как: $\nu = \frac{c}{\lambda}$, где c - скорость распространения волны

(скорость света). Длина и частота - связанные характеристики волны. Длина и частота - основные характеристики волны.

Как нам с помощью "палочки и верёвочки" послать ЭМ волну?

- Способ первый (самый простой): возьмите пластмассовую расчёску, интенсивно попричёсывайтесь и помажите расчёской из стороны в сторону - вы послали ЭМ волну. Ну действительно: от интенсивного причёсывания вы наэлектризовали расчёску - на ней возник избыточный заряд. Когда вы помахали расчёской, вы заставили этот заряд двигаться с ускорением. А заряды, движущиеся с ускорением, порождают ЭМ волны.
- Способ второй: привяжите к верёвочке медный шарик. Зарядите его. Начините крутить заряженный шарик на верёвочке. Вы посылаете во Вселенную радиоволны: заряженный шарик движется по окружности, следовательно, он движется с центростремительным ускорением. Отсюда и ЭМ волна.



В наш технологический век мы знаем, что радио и телевизор - это приёмники ЭМ волн, мобильный телефон - это и приёмник и передатчик ЭМ волн. Солнце, освещающее нас, - это мощнейший передатчик ЭМ волн. Даже простая лампочка - и та - передатчик ЭМ волн. Скажу более - **любое материальное тело всегда излучает ЭМ волны**. Поясню: любое материальное тело (в том числе и мы с вами) состоит из отрицательных электронов и положительных протонов. А электроны и протоны в любом материальном теле совершают тепловое движение с ускорением: в твёрдом теле они колеблются в своей кристаллической решетке, в жидком и газообразном они соударяются и меняют скорость своего движения. Происходит тепловое ЭМ излучение.

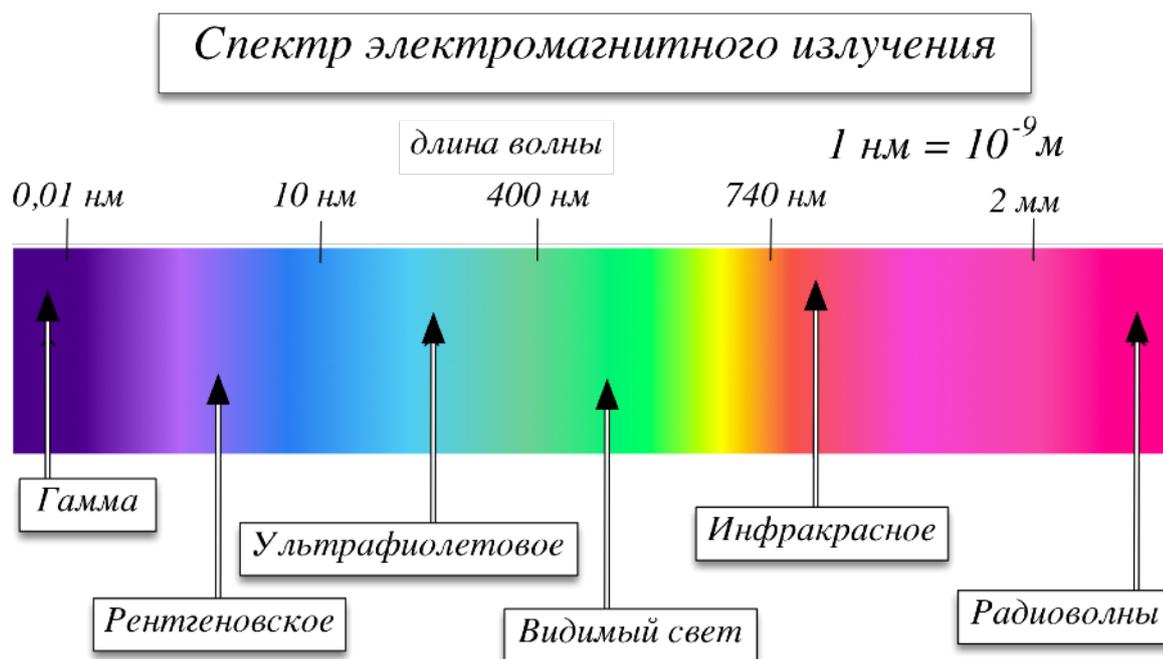
Электромагнитные волны принято классифицировать по длинам их волн (или частотам) следующим образом (такое деление весьма условно):

<i>Вид ЭМ излучения</i>	<i>Длина волны</i>	<i>Источники</i>
<i>Гамма - излучение</i>	< 0,01 нм	Ядерные и космические процессы, радиоактивный распад
<i>Рентгеновское</i>	0,01-10 нм	Атомные процессы при воздействии ускоренных заряженных частиц
<i>Ультрафиолетовое</i>	10-400 нм	Излучение атомов под воздействием ускоренных электронов
<i>Видимое излучение</i>	400-740 нм	Излучение молекул и атомов при тепловых и электрических воздействиях.
<i>Инфракрасное</i>	2 мм - 740 нм	Излучение молекул и атомов при тепловых и электрических воздействиях.
<i>Радиоволны</i>	> 2 мм	Излучение молекул и атомов при тепловых и электрических воздействиях.

<i>Видимый свет</i>	
Цвет	Длина волны, нм
Фиолетовый	380-440
Синий	440-485
Голубой	485-500
Зеленый	500-565
Жёлтый	565-590
Оранжевый	590-625
Красный	625-740

Из всего спектра электромагнитного излучения человеческий глаз может непосредственно видеть лишь узкий интервал - видимый свет. Зато мы придумали много приборов, которые преобразуют невидимые глазу виды электромагнитного излучения в видимый свет: гамма- и рентгеновские телескопы, тепловизоры и пр.

О свойствах электромагнитных волн и видимого света мы поговорим ещё в Историях про Колебания и про Оптику.



➔ Об уравнениях Максвелла в общем

К середине XIX века ученые открыли целый ряд законов, описывающих электрические и магнитные явления и связи между ними. В частности, были известны:

- **закон Кулона**, описывающий силу взаимодействия между электрическими зарядами;
- **теорема Гаусса для магнитного поля**, исключающая возможность существования в природе изолированных магнитных зарядов;
- **закон Био - Савара - Лапласа**, описывающий магнитные поля, возбуждаемые движущимися электрическими зарядами;
- **закон электромагнитной индукции Фарадея**, согласно которым изменение магнитного потока порождает электрическое поле и индуцирует ток в проводниках.

Эти четыре группы законов и были обобщены Максвеллом, которому удалось объединить их в стройную систему, состоящую из четырех уравнений и исчерпывающим образом описывающую все измеримые характеристики электромагнитных полей и электрических токов. Прежде всего, Максвеллу мы обязаны строгим математическим описанием всех известных законов электромагнетизма. Во-вторых, в сформулированную им систему Максвелл внес немало принципиально новых идей, отсутствовавших в исходных законах. В-третьих, он придал всем электромагнитным явлениям строгое теоретическое обоснование. И, наконец, в-четвертых, на основе составленной им системы уравнений Максвелл сделал ряд важных предсказаний и открытий, включая предсказание существования электромагнитных волн.

Давайте ещё раз вспомним эти уравнения:

1. $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q$ - теорема Остроградского - Гаусса для электростатического поля;
2. $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ - магнитные заряды не обнаружены - закон Гаусса для магнитного поля;
3. $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ - закон индукции Фарадея;
4. $\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = I + \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$ - теорема о циркуляции магнитного поля - закон Био - Савара - Лапласа.

Обратите внимание на интересное свойство этой системы четырех уравнений: **когда заряды и токи постоянны, то электричество и магнетизм - явления разные**. Нельзя обнаружить никакой зависимости полей друг от друга, пока не возникают изменения в зарядах или токах. Между собой эти два поля совсем не связаны. Только когда возникают сравнительно быстрые изменения в положении зарядов и в величинах токов, так, что временные производные в уравнениях Максвелла достигают заметной величины, тогда электрическое и магнитное поля начинают влиять друг на друга.

Специальная Теория Относительности Эйнштейна развила идеи классической Электродинамики для движения (зарядов, токов, наблюдателей) с околосветовыми скоростями, создав тем самым **Релятивистскую Электродинамику**. Но об этом вы узнаете в институте.



