

## Оптика

Оптика ("опτική" (греческое слово) - "видимый") - это наука о свете.

*Оторвись от срочных бестолковых дел,  
Это надо делать временами.  
Посети, товарищ, Оптики раздел,  
Чтобы мир увидеть новыми глазами!  
Я*

Свет знаком каждому и известен с незапамятных времён. Свет - это то, что мы видим. 95% информации об окружающем мире мы получаем через зрение. Зрение - это восприятие света. А что такое свет? Человечество отвечало на этот "простенький" вопрос четыре тысячи лет. И ответило-таки.

Физика рассматривает два "вида деятельности" света: распространение света и взаимодействие света с веществом.

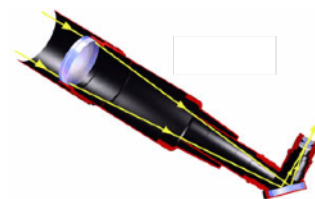
*Распространение света - это:*



... свет лампочки попал в мой глаз



... луч света отразился от зеркала



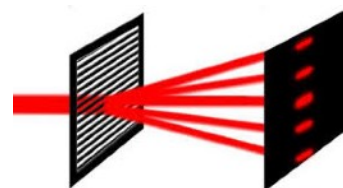
... луч света преломился в стакане с водой и в линзах телескопа



... луч света свечи разложился в линзе фотоаппарата на несколько лучей разного цвета



... лучи разных цветов смешались и образовали новый цвет



... луч света обогнул препятствие

и т.п. (главное - свет не изменяет объекты, на которые падает).

*Взаимодействие света с веществом - это:*



... засвеченная фотоплёнка



... хороший загар

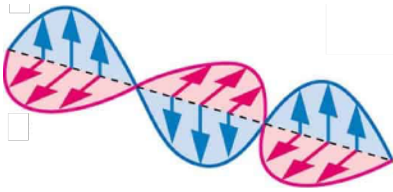


... красивые яблочки (фотосинтез)



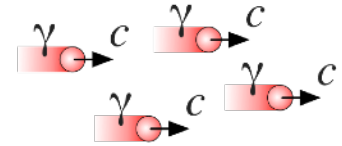
... фотодиод

... и многое другое, когда взаимодействие со светом меняет атомарную и молекулярную структуру вещества.



Так вот, в вопросах распространения свет рассматривается как электромагнитная волна и описывается законами классической физики.

А уж если изучать взаимодействие света с веществом, то придётся перейти на уровень квантовой механики и рассматривать свет как поток элементарных частиц - фотонов (их ещё называют *гамма-квантами*).



*В нашей Истории про Оптику мы будем говорить о распространении света и, соответственно, рассматривать свет как электромагнитную волну<sup>1</sup>.*



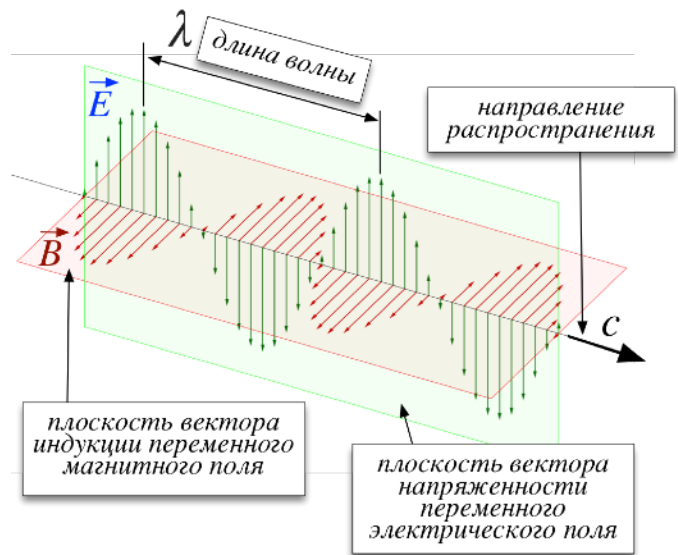
*В физике есть два фундаментальных способа передачи (переноса) энергии: с помощью частиц и с помощью волны.*

Давайте вспомним что такое электромагнитная волна - об этом мы говорили в Истории про Магнетизм.

Электромагнитная волна - это перемещающееся в пространстве синхронное колебание электрического и магнитных полей. Скорость перемещения электромагнитной волны зависит от среды. В вакууме она равна скорости света в вакууме  $c \approx 300.000$  км/ч или  $c \approx 300.000.000$  м/с. В среде она меньше.

Основная характеристика электромагнитной волны - её длина  $\lambda$ .

Весь спектр электромагнитных волн раскинулся от гамма-волн (длина волны порядка сотых долей нанометра) до сверхдлинных радиоволн (длина волны в принципе не ограничена).



Видимый свет	
Цвет	Длина волны, нм
Фиолетовый	380-440
Синий	440-485
Голубой	485-500
Зеленый	500-565
Жёлтый	565-590
Оранжевый	590-625
Красный	625-740

Видимый же свет (те электромагнитные волны, которые мы видим глазом) - это очень узкий диапазон всего спектра электромагнитных волн - от 400 до 740 нанометров.

В нашей Истории про Оптику мы будем говорить о видимом свете (хотя все выводы будут применимы и ко всему спектру электромагнитных волн).

Свойства света полностью определяются длиной его волны  $\lambda$  (или его частотой  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ) и скоростью  $c$  распространения света в данной среде.

<sup>1</sup> В Истории про Атом коснёмся вопроса взаимодействия света с веществом (фотоэффект).

## → Геометрическая оптика

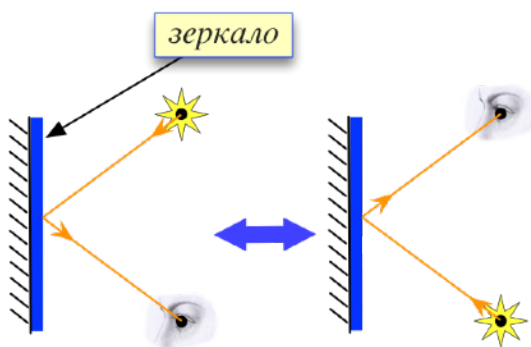
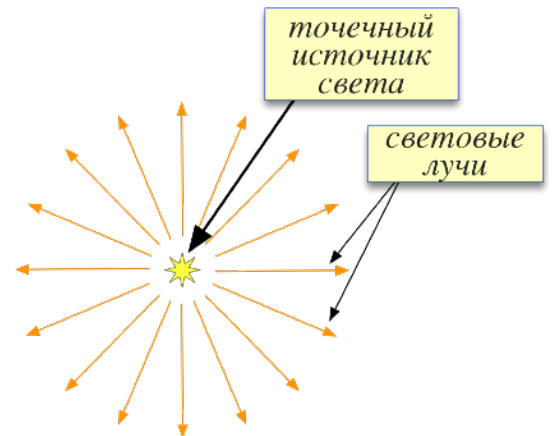
Геометрическая оптика - это упрощенная модель рассмотрения поведения света, когда различия в длинах волн света не имеют значения. Когда такая модель справедлива? Тогда, когда длина волны света много меньше размеров приборов (в том числе и нашего глаза), с помощью которых мы ведём наблюдения. Вот как раз поведение видимого света с его длинами волн от 400 до 740 нанометров хорошо описывается методами геометрической оптики.

В основе геометрической оптики лежат несколько понятий и принципов.

**Точечный источник света** - источник света, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

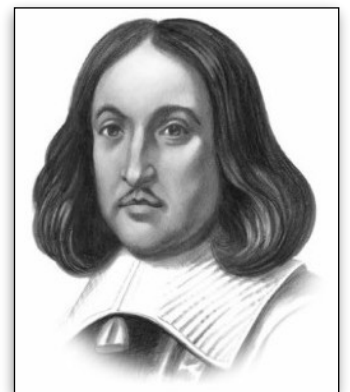
**Световой луч** - это линия, вдоль которой переносится световая энергия. Луч является геометрической моделью физического понятия "пучок света".

**Принцип прямолинейного распространения света** - в оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно.



**Принцип обратимости световых лучей** - если изменить направление распространения луча на противоположное (даже в неоднородной среде), то траектория луча не изменится.

Законы геометрической оптики выводятся из **Принципа Ферма** (того самого Пьера Ферма, который сформулировал Великую Теорему Ферма. Её доказывали 300 лет). Принцип Ферма является теоретическим обобщением всех полученных к моменту его формулировки экспериментальных данных о поведении света.



Пьер Ферма

**Принцип Ферма:** Луч света между двумя точками распространяется по тому пути, который занимает меньше всего времени.

## → Отражение света



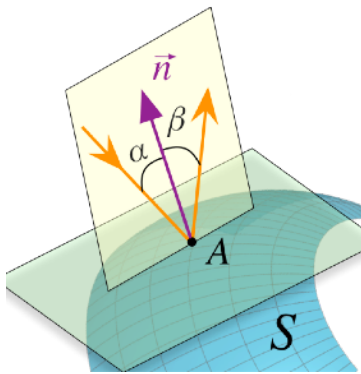
Отражение света - это изменение направления хода светового луча в результате встречи с отражающей поверхностью. Луч света распространялся в одной световой среде (например, в воздухе), встретился с другой световой средой (например, с зеркалом), в результате этой встречи луч изменил своё направление.

**Закон отражения света** - падающий и отраженный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, **лежат в одной плоскости** (плоскость падения).

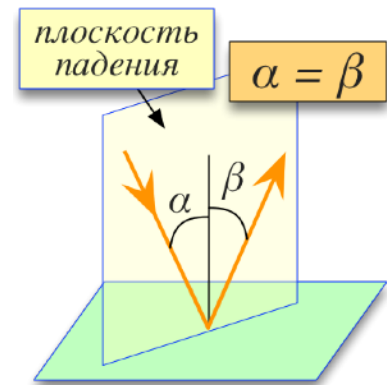
Угол отражения  $\beta$  равен углу падения  $\alpha$ .

*Заметьте, углы отсчитываются от перпендикуляра!*

При падении луча света на плоскую поверхность картинка очевидна.



А как быть, если луч света падает не на плоскость, а на произвольную поверхность  $S$ ? Ничего сложного. Луч света падает на точку  $A$  поверхности  $S$ . Из точки  $A$  строим вектор нормали к поверхности. Через падающий луч и вектор нормали проводим плоскость - получаем плоскость падения. И в этой плоскости строим отражённый луч по закону  $\alpha = \beta$ . Или же (что эквивалентно) в точке  $A$  строим касательную плоскость к поверхности  $S$  и рассматриваем падение-отражение света как в случае плоской поверхности.



В дальнейшем мы с вами будем много говорить о *построении изображений в оптических системах*. Под оптическими системами понимаются зеркала, линзы и пр.

**Оптическое изображение** - это картина, получаемая в результате прохождения через оптическую систему (зеркала, линзы) световых лучей, отражённых от объекта или излучённых им. Изображение формируется на сетчатке глаза человека, на экране, на фотоплёнке и пр.

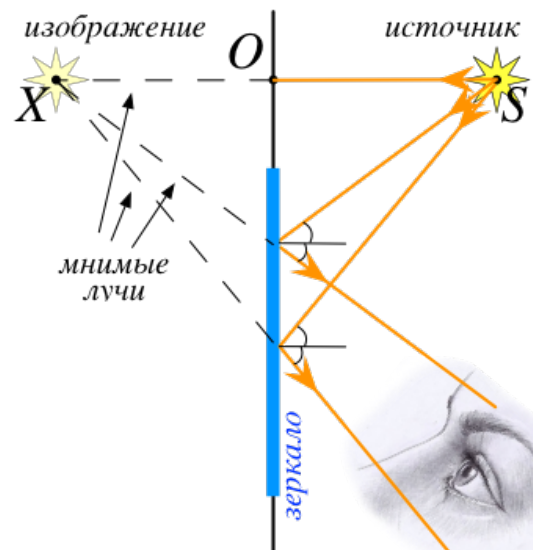
Принцип построения изображения одной точки прост: возьмите два световых луча, излучаемых (или отражаемых) точкой и пропустите их через оптическую систему. Эти лучи (или их мнимые продолжения), отразившись (в случае зеркал) или преломившись (в случае линз) по законам этой оптической системы, пересекутся в точке, являющейся *изображением*<sup>2</sup>. А построение изображения предмета, имеющего пространственные размеры, сводится к построению изображений его точек.

<sup>2</sup> При условии отсутствия **абберации** у оптической системы. Но в школьном курсе физики абберация не рассматривается.



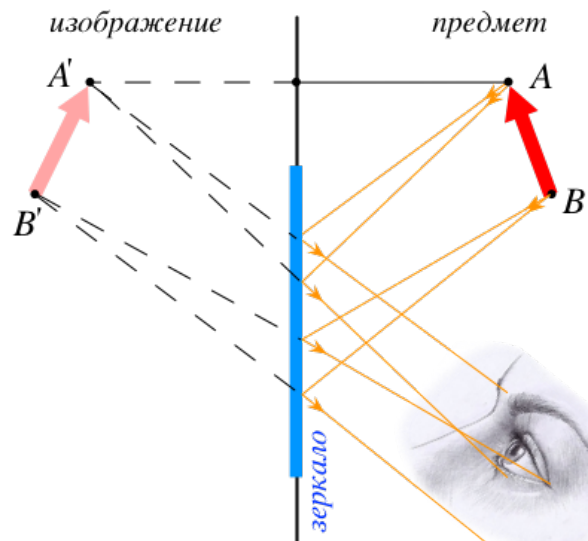
## → Плоское зеркало

Давайте, пользуясь законом отражения света, построим изображение точечного источника света в плоском зеркале. Из множества лучей, исходящих от источника  $S$ , выберем три луча: один перпендикулярный к плоскости зеркала и два - произвольно падающих на плоскость. Каждый из этих лучей отражается от зеркала по закону отражения света, то есть под таким же углом, под каким падает на зеркало. После отражения эти лучи расходящимся пучком попадают в глаз наблюдателя. Если продолжить отраженные лучи назад, за зеркало, то они сойдутся в некоторой точке  $X$ . Эта точка и является изображением источника  $S$ . Именно здесь будет видеть наблюдатель точечный источник света.



Изображение  $X$  называется **мнимым**, так как получается оно в результате пересечения не реальных лучей света, которых за зеркалом нет, а их воображаемых продолжений. Если бы это изображение было получено как точка пересечения реальных световых лучей, то оно называлось бы **действительным**.

Итак, изображение в плоском зеркале всегда является мнимым. Поэтому когда вы смотрите в зеркало, то видите перед собой не действительное, а мнимое изображение. Из геометрии легко доказать, что изображение в плоском зеркале находится на таком же расстоянии от него, на каком перед ним находится источник.

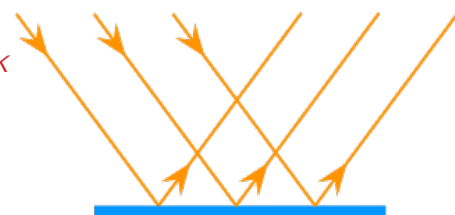


А теперь построим изображение протяженного предмета в плоском зеркале. Пусть это будет стрелка  $AB$ . Для этого достаточно построить изображения двух точек предмета. Пусть это будут точки  $A$  и  $B$ . А строить изображения точек мы уже умеем. В результате мы получим изображение  $A'B'$  нашего предмета. Оно будет мнимым, поскольку состоит из мнимых изображений точек предмета.

Можно сформулировать несколько свойств изображений предметов в плоском зеркале:

- изображение является мнимым;
- изображение является прямым (то есть не перевернутым);
- изображение равно по размеру самому предмету;
- изображение находится от зеркала на таком же расстоянии, что и предмет (изображение симметрично предмету относительно плоскости зеркала);
- зеркальное отражение всегда меняет правое на левое и наоборот.

И ещё одно свойство плоского зеркала: *параллельный пучок лучей, падающих на плоское зеркало, остается параллельным и после отражения.*



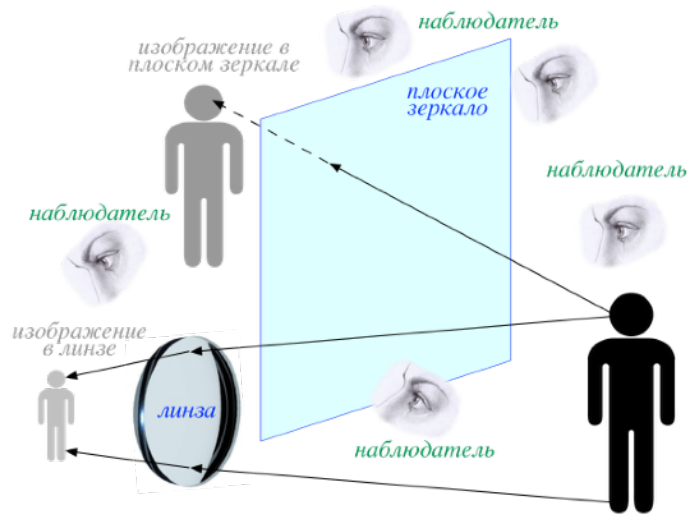
И вот ещё одно важное замечание:



*так же, как положение предмета не зависит от положения наблюдателя (наблюдатель может рассматривать предмет с любой стороны и с любого расстояния), так и положение изображения не зависит от положения наблюдателя. Это справедливо не только для изображения в плоском зеркале, но и для любых изображений в оптических системах.*

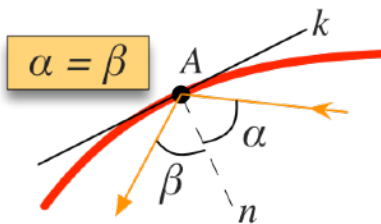


Взаимное положение *предмет - оптическая система - изображение* фиксировано.



Ну хорошо, с плоскими зеркалами всё более-менее понятно.

А если зеркало не плоское, то как строить изображение? Для определения хода луча, падающего на произвольную поверхность в точку *A*, проводим в точке *A* касательную плоскость и определяем ход отражённого луча по принципу "угол падения равен углу отражения".

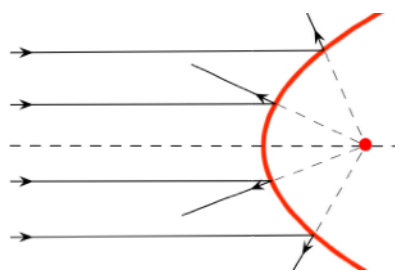


И так для каждой точки поверхности. Понятно, что для произвольных поверхностей это может быть очень сложно. Но есть некоторые поверхности, для которых можно найти общие принципы построения хода отражённых лучей и, следовательно, - построения изображений.

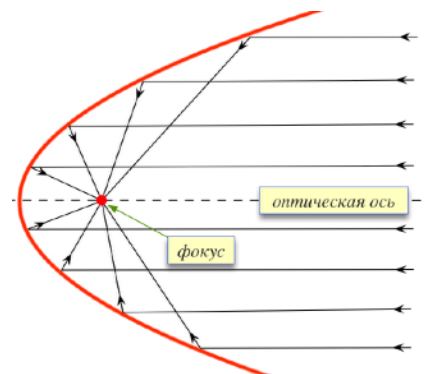
### ➔ Параболическое зеркало

С параболой вы знакомы давно. Из школьной алгебры вы знаете, что парабола является графиком квадратичной функции  $y = x^2$  (или в общем случае  $y = ax^2 + bx + c$ ), а из физики, что если тело у поверхности Земли бросить под углом к горизонту, то оно полетит по параболе<sup>3</sup>.

У параболы есть замечательное оптическое свойство: пучок лучей, параллельных оси параболы (оптической оси), отражаясь в параболе, собирается в одной точке - её фокусе. На рисунке показано двумерное сечение хода лучей при отражении в параболическом зеркале.



А если параллельные лучи будут падать на внешнюю сторону параболы, то продолжения линий их отражения тоже пересекутся в фокусе параболы.



Фокус параболы - это математически точно определённая точка, связанная с данной параболой. *А свойство собирать параллельные оси лучи в фокусе - точное математическое свойство.*

<sup>3</sup> Подробно о параболе рассказано в моей Истории про Конические сечения.

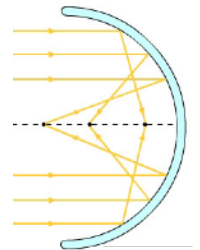
Это свойство параболы используется в астрономии (телескопы и радиотелескопы), в радиосвязи (тарелки спутникового телевидения, антенны космической связи).

Вот пример: при приеме сигнала все электромагнитные волны, попадающие в площадь антенны, собираются её параболическим зеркалом в фокусе параболы. В фокус параболы помещается приемник, который передает этот собранный (и тем самым усиленный) сигнал в электронные схемы для обработки. Чувствительность антенны определяется площадью её параболического зеркала.

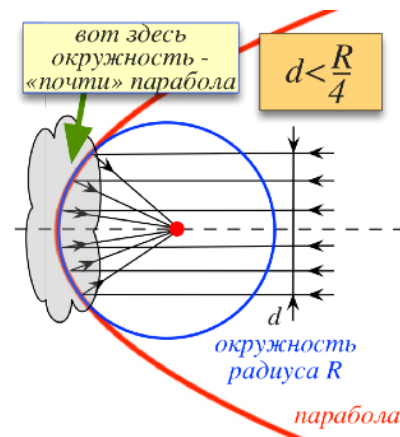


Но вот такая закавыка: изготовление точных параболических антенн (зеркал) очень трудоёмко (я не говорю о тарелках спутникового телевидения - их штампуют тысячами). Недавно в Китае ввели огромный 500-метровый в диаметре радиотелескоп FAST. Год ушёл на то, чтобы обеспечить "параболичность" поверхности зеркала с точностью в 3 микрона.

С другой стороны, точные сферические зеркала человечество научилось делать давно. А как ведут себя отражённые лучи света в сферических зеркалах? В общем случае у сферического зеркала нет такого замечательного свойства, как у параболического. Параллельные лучи, отражаясь от поверхности сферического зеркала, будут пересекаться в разных точках. Это явление называется **сферическая аберрация**.



Но **сферическое зеркало малых размеров можно приблизительно считать параболическим**.



Что значит "малых размеров"? Это значит, что ширина падающего на сферическое зеркало пучка параллельных световых лучей мала (обычно считают, что если  $d < \frac{R}{4}$ ).

То есть сферическое зеркало малых размеров имеет (приблизительно) аналогичное параболическому свойство: пучок лучей, параллельных оптической оси, отражаясь, собирается в одной точке - фокусе. Во всех школьных задачах про сферические зеркала это и подразумевается. **Важно понимать, что у сферических зеркал малых размеров тоже присутствует сферическая аберрация, просто в условиях данной задачи мы её не учитываем и считаем, что параллельные лучи после отражения проходят через фокус.**

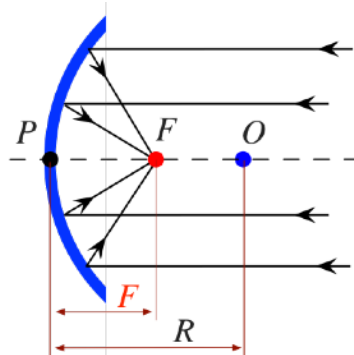
## ➔ Сферические зеркала

С учётом всего вышесказанного поговорим о сферических зеркалах.

Сферическим зеркалом называют зеркально отражающую поверхность, имеющую форму сферического сегмента. Центр сферы, из которой вырезан сегмент, называют оптическим центром зеркала. Вершину сферического сегмента называют полюсом ( $P$ ). Прямая, проходящая через оптический центр и полюс зеркала, называется главной оптической осью сферического зеркала ( $OP$ ). Главная оптическая ось выделена из всех других прямых, проходящих через оптический центр, только тем, что она является осью симметрии зеркала.

Сферические зеркала бывают **вогнутыми** и **выпуклыми**.

## Вогнутое сферическое зеркало

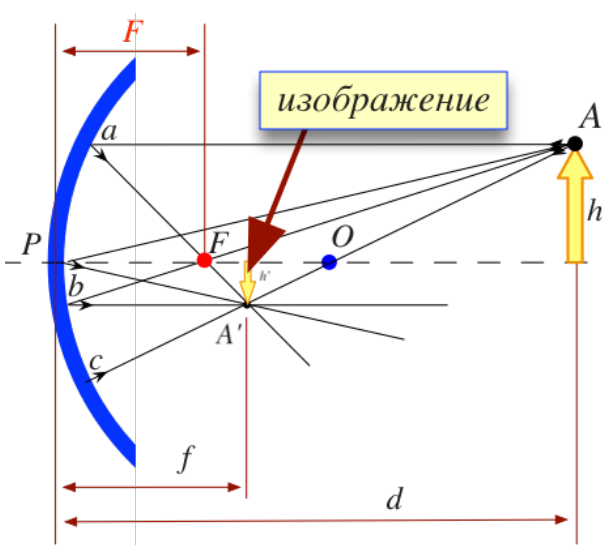


Если на вогнутое сферическое зеркало падает пучок лучей, параллельный главной оптической оси, то после отражения от зеркала лучи пересекутся в главном фокусе  $F$  зеркала. Расстояние от фокуса до полюса зеркала называют фокусным расстоянием и обозначают той же буквой  $F$ . У вогнутого сферического зеркала главный **фокус действительный**. Он расположен посередине между центром и полюсом зеркала:  $F = \frac{R}{2}$ , где  $R$  - радиус кривизны зеркала.

### Построение изображения в вогнутом сферическом зеркале

Пусть у нас есть предмет (жёлтая стрелка), изображение которого в сферическом зеркале нам надо построить. В данном случае нам достаточно построить изображение точки  $A$ .

Сделать это можно несколькими способами. Во-первых, с помощью **любой пары**



стандартных лучей. Каждый луч мы "пускаем" из точки  $A$  и строим линию его отражения от зеркала. Пересечение любой пары таких лучей даёт нам изображение точки  $A$ . Под стандартными лучами понимаем следующие:

- луч из точки  $A$  параллельный главной оптической оси зеркала (луч  $Aa$ ) - отразившись, он пройдёт через фокус  $F$  зеркала;
- луч из точки  $A$  в полюс  $P$  зеркала - отразившись, он пойдёт симметрично относительно главной оптической оси зеркала;
- луч из точки  $A$  через фокус  $F$  зеркала (луч  $Ab$ ) - отразившись, он пойдёт параллельно главной оптической оси зеркала;
- луч из точки  $A$  через центр  $O$  зеркала (луч  $Ac$ )

- отразившись, он вернётся обратно по той же линии.

Точка  $A'$  является изображением точки  $A$ . А маленькая жёлтая стрелочка является изображением исходного предмета. Изображение получилось:

- действительным (лежит по ту же сторону зеркала, что и предмет);
- перевёрнутым;
- уменьшенным.

Если обозначить:  $d$  - расстояние от предмета до зеркала (полюса зеркала);  $f$  - расстояние от изображения до зеркала;  $F$  - фокусное расстояние зеркала;  $R$  - радиус зеркала, то с помощью геометрических рассуждений можно прийти к **формуле сферического вогнутого зеркала**:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$  (а также мы помним, что  $F = \frac{R}{2}$ ). Про числа  $d, f, F$ , связанные подобным соотношением, говорят, что  $F$  является **"средним гармоническим"** чисел  $d$  и  $f$ .

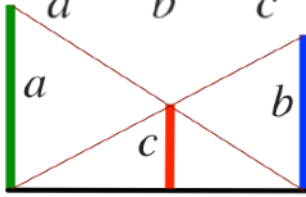
Линейное увеличение сферического зеркала определяется как отношение линейных

размеров изображения  $h'$  и предмета  $h$ :  $\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}$ .



Построение среднего гармонического

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$



↑  
длина этого отрезка - любая

Формула  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$  и умение геометрически строить среднее

гармоническое двух чисел даёт ещё один способ построения изображений. На рисунке показано как построить не только среднее гармоническое  $c$ , имея  $a$  и  $b$ , но и любое из этой тройки, имея остальные две величины.

Так вот, зная фокусное расстояние зеркала  $F$  и расстояние от предмета до зеркала  $d$ , мы можем построить геометрически расстояние от изображения до зеркала  $f$ . И использовать один из четырёх стандартных лучей для построения точки.

Если вы считаете по формуле  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$  и у вас в результате

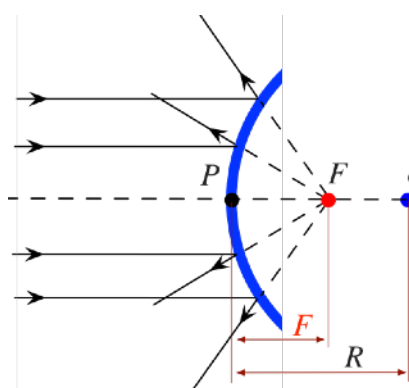
получилось  $f < 0$ , то это означает, что изображение - **мнимое** ( $f > 0$  - изображение **действительное**).

Каково конкретное изображение (действительное/мнимое, увеличенное/уменьшенное, прямое/перевернутое) в сферическом вогнутом зеркале зависит от положения предмета относительно зеркала.

Где находится предмет?	Изображение	Где находится предмет?	Изображение
очень далеко ( $d \rightarrow \infty$ )	<p>действительное, вырождается в точку</p>	за двойным фокусным расстоянием ( $d > 2F$ )	<p>уменьшенное, действительное, перевернутое. Положение: между фокусом и двойным фокусом</p>
точно в двойном фокусе ( $d = 2F$ )	<p>действительное, перевернутое, того же размера. Положение: точно в двойном фокусе.</p>	между фокусом и двойным фокусом ( $2F > d > F$ )	<p>увеличенное, действительное, перевернутое. Положение: за двойным фокусом.</p>
точно в фокусе ( $d = F$ )	<p>изображение отсутствует (оно в бесконечности)</p>	между фокусом и зеркалом ( $d < F$ )	<p>увеличенное, мнимое, прямое. Положение: за зеркалом.</p>

И ещё надо понимать, что изображение в сферическом вогнутом (да и в выпуклом тоже) зеркале сохраняет углы.

## Выпуклое сферическое зеркало

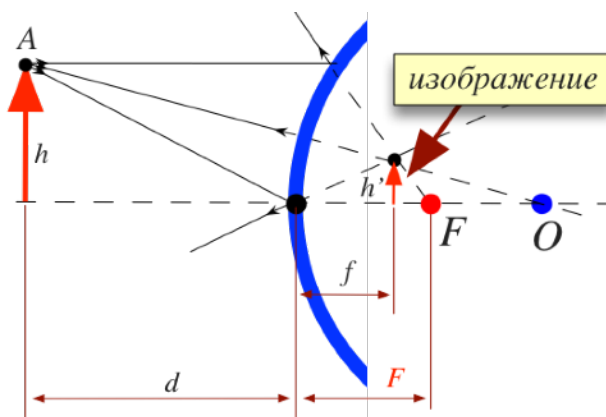


Если на выпуклое сферическое зеркало падает пучок лучей, параллельный главной оптической оси, то после отражения от зеркала *продолжения лучей* пересекутся в главном фокусе  $F$  зеркала. У выпуклого сферического зеркала главный **фокус мнимый** (он расположен за зеркалом). Эту "мнимость" выражают тем, что фокусное расстояние выпуклого зеркала считается отрицательным:  $F = -\frac{R}{2}$ , где  $R$  - радиус кривизны зеркала.

### Построение изображения в выпуклом сферическом зеркале

Способы те же, что и при вогнутом зеркале:

- с помощью четырёх стандартных лучей;
- с помощью формулы сферического выпуклого зеркала и одного из четырёх лучей.



Три стандартных луча показаны на рисунке, четвёртый (от предмета в фокус зеркала) додумайте сами.

А что насчёт формулы? А формула точно такая же, как и для вогнутого зеркала:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ , только для выпуклого считаем фокус отрицательным.

*Независимо от расположения предмета его изображение в выпуклом зеркале является мнимым, уменьшенным и прямым.*

## Обобщение формул для вогнутого и выпуклого сферических зеркал

И для вогнутого, и для выпуклого сферических зеркал:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ .

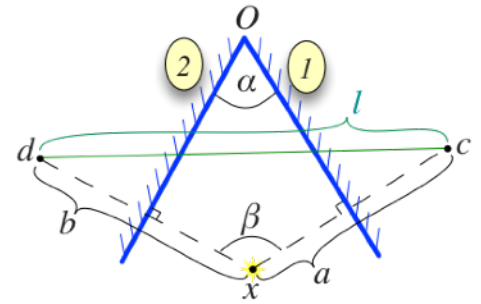
### Правило знаков:

- абсолютная величина фокусного расстояния  $|F| = \frac{R}{2}$ . Для вогнутого  $F > 0$  - фокус действительный, для выпуклого  $F < 0$  - фокус мнимый;
- если в результате вычислений по формуле получилось  $f < 0$ , то это означает, что изображение - мнимое; если  $f > 0$ , то - изображение действительное;
- $d > 0$  и  $f > 0$  - для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей) и изображений. В подавляющем большинстве случаев  $d$  - величина положительная, но бывают такие задачи (с комбинацией зеркал), когда  $d < 0$ , то есть предмет - мнимый. Такую задачу мы разберём;
- $d < 0$  и  $f < 0$  - для мнимых предметов (мнимые предметы возникают в системе из нескольких линз) и изображений.
- линейное увеличение:  $\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}$ .  $f$  и  $d$  подставляются с учётом правила знаков. Если  $\Gamma > 0$ , то изображение - прямое, если  $\Gamma < 0$ , то изображение - перевёрнутое.

*Величины  $d, f, F$  надо подставлять в формулу с учетом этого правила знаков.*

*А теперь - задачи.*

> **Задача 1.** Два плоских зеркала расположены под углом друг к другу и между ними помещён точечный источник света. Изображение источника в первом зеркале находится на расстоянии  $a = 6$  см, а во втором зеркале - на расстоянии  $b = 8$  см от источника. Расстояние между изображениями источника  $l = 10$  см. Найти угол  $\alpha$  между зеркалами.



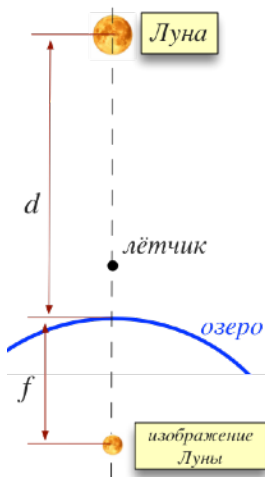
**Решение:** Вот картинка. Напомню, что источник и его изображение располагаются симметрично относительно плоскости зеркала.

Остаётся посчитать угол  $\beta$  в треугольнике  $cdx$ , а угол

$\alpha = 180^\circ - \beta$ . По теореме косинусов

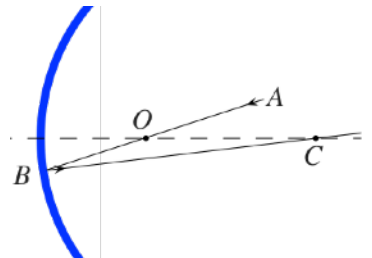
$$\cos\beta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

> **Задача 2.** На каком расстоянии от себя видит отражение Луны в озере лётчик, летящий на высоте 1 километр? Расстояние от Земли до Луны 384.400 км. Радиус Земли 6.400 км.

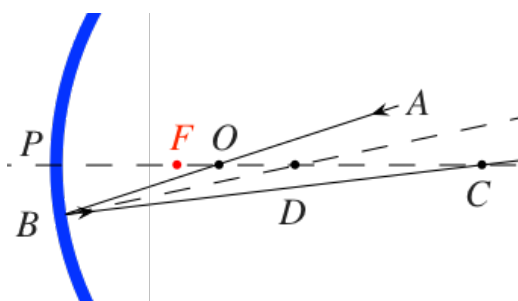


**Решение:** Если внимательно подумать, то, вспомнив, что Земля - это почти шар, можно понять, что озеро на поверхности Земли представляет собой в оптическом смысле выпуклое сферическое зеркало с фокусным расстоянием  $F = \frac{6400}{2} = 3200$  км. А далее - всё просто. Расстояние от изображения Луны до поверхности Земли считается через  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$  (минус - потому, что зеркало выпуклое).  $f \approx 3228$  км. Значит лётчик видит отражение Луны в озере на расстоянии от себя в 3229 км.

> **Задача 3.** На вогнутое зеркало падает луч  $AB$ , пересекающий главную оптическую ось зеркала в точке  $O$ . Отраженный от зеркала луч пересекает ту же ось в точке  $C$ . Найти построением положение фокуса зеркала.



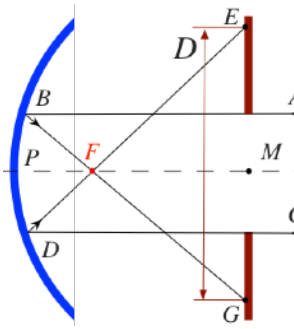
**Решение:** Если построить биссектрису угла  $ABC$  (а эта биссектриса будет нормалью к поверхности зеркала в точке  $B$ ), то



она пересечёт главную оптическую ось в точке  $D$ , являющейся оптическим центром зеркала. А если отрезок  $PD$  разделить пополам, то мы и получим положение фокуса зеркала.

Предполагается, что геометрически (с помощью линейки и циркуля) строить биссектрисы и делить отрезок пополам вы умеете.

> **Задача 4.** Пучок лучей от бесконечно удалённого источника света падает на экран, имеющий отверстие диаметром  $d = 7$  см. Плоскость экрана перпендикулярна лучам. На расстоянии  $a = 68$  см за экраном располагается вогнутое зеркало с фокусным расстоянием  $F = 0,28$  м, главная оптическая ось которого совпадает с осью пучка. Найти диаметр  $D$  светлого круга на экране.



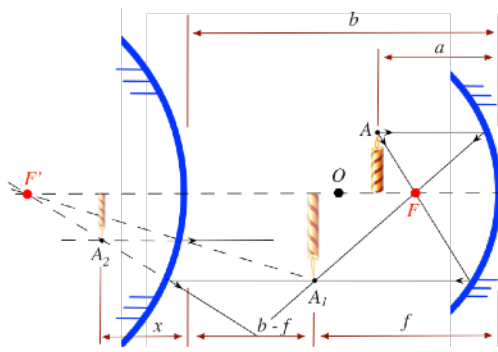
**Решение:** От бесконечно удалённого источника света лучи идут параллельно.

Крайний луч  $AB$  пучка, отразившись от зеркала и пройдя через фокус, попадает на экран в точку  $G$ , лежащую на границе светлого круга. Аналогично и крайний луч  $CD$  попадает в точку  $E$ , лежащую на границе светлого круга. Отрезок  $EG$  и есть искомым диаметр  $D$ . Из подобия треугольников  $BFP$  и  $EFM$  (считаем дугу  $BPD$  - отрезком прямой) следует:  $\frac{d}{2} : F = \frac{D}{2} : (a - F)$ . Откуда  $D = 0,1$  м.

**> Задача 5.** Перед вогнутым зеркалом на главной оптической оси перпендикулярно к ней на расстоянии  $a = \frac{4}{3}F$  от зеркала поставлена горящая свеча. Изображение свечи в

вогнутом зеркале попадает на выпуклое зеркало с фокусным расстоянием  $F' = 2F$ . Расстояние между зеркалами  $b = 3F$ , их оси совпадают. *Изображение свечи в первом зеркале играет роль мнимого предмета по отношению ко второму зеркалу и дает действительное изображение, расположенное между обоими зеркалами.* Построить это изображение и найти общее линейное увеличение  $\Gamma$  системы.

**Решение:** Если предмет плоский, то достаточно построить изображение его крайних точек. Сначала строим изображение свечи в вогнутом зеркале.



Всё достаточно просто - два стандартных луча и получили точку  $A_1$ . При таком положении свечи относительно фокуса и оптического центра изображение в вогнутом зеркале является перевернутым, действительным и увеличенным.

Изображение свечи в вогнутом зеркале (точка  $A_1$ ) является "мнимым предметом" (потому, что это изображение не излучает свет) для выпуклого зеркала. Хотя у самой свечи  $A$  есть и своё изображение в

выпуклом зеркале, но мы о нём не говорим, поскольку нас просят в задаче найти увеличение **системы зеркал**. Поэтому строим изображение точки  $A_1$  в выпуклом зеркале.

Тоже всё просто в смысле построения - два стандартных луча - получили точку  $A_2$ . Изображение  $A_2$  в выпуклом зеркале является мнимым, прямым и уменьшенным (относительно  $A_1$ ). С построениями закончено. Давайте считать. Для вогнутого зеркала:

$\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ ,  $f$  - расстояние от вогнутого зеркала до изображения  $A_1$ . Подставляя значения, получаем:  $f = 4F$ .

Для выпуклого зеркала:  $-\frac{1}{b-f} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{2F}$ . Поясню:  $-\frac{1}{b-f}$  - минус потому, что предмет мнимый,  $b-f$  - расстояние этого "мнимого предмета" от выпуклого зеркала;  $x$  - расстояние изображения  $A_2$  от выпуклого зеркала;  $-\frac{1}{2F}$  - минус потому, что у выпуклого зеркала фокус мнимый. Подставляя значения, получаем:  $x = 2F$ .

Линейное увеличение вогнутого зеркала:  $\Gamma_1 = \frac{f}{a} = 3$ . Линейное увеличение выпуклого

зеркала:  $\Gamma_2 = \frac{x}{b-f} = 2$ . Общее линейное увеличение системы:  $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = 6$ .

Задачи геометрической оптики можно разделить на две группы:

- задачи на построение изображений и
- задачи на расчёт положения предметов, изображений.

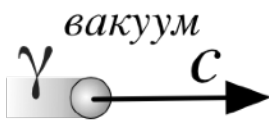
=====



## ➔ Распространение света в среде

Мы рассмотрели отражение света от разных поверхностей. Что принципиально важно в этих ситуациях? И падающие и отражённые лучи света распространялись *в одной и той же однородной оптической среде* (в вакууме ли, в воздухе, в стекле). Что понимается под однородной оптической средой? Это среда, в которой *скорость распространения света одинакова во всех направлениях*.

Мы знаем, что **в вакууме** скорость распространения света (и любой другой электромагнитной волны) равна  $c \approx 300.000$  км/ч или  $c \approx 300.000.000$  м/с. В среде она меньше. Почему? Любая физическая среда (в отличие от вакуума) состоит из заряженных частиц - положительно заряженных ядер атомов и отрицательно заряженных электронов. Электромагнитная волна есть перемещающееся в пространстве изменение электрического



и магнитного полей. И эти изменяющиеся поля взаимодействуют с заряженными частицами среды. Результатом этого взаимодействия является замедление распространения электромагнитной волны в среде.



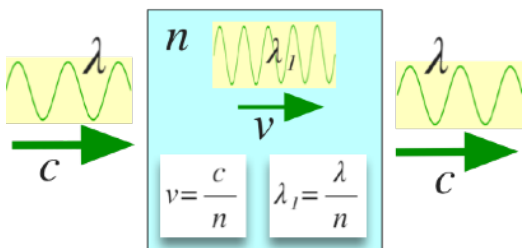
Видимый свет разных цветов - это электромагнитные волны разных длин. Если перейти на квантовое фотонное представление света, то можно сказать, что фотоны фиолетового цвета имеют **большую** энергию, чем фотоны красного цвета. *И фотоны больших энергий замедляются сильнее, чем фотоны меньших энергий*. Иначе говоря скорость распространения фиолетового цвета в среде меньше, чем скорость распространения красного цвета в той же среде.



В связи с вышесказанным в оптике вводится понятие *показатель преломления среды*. Он равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в среде:

$$n = \frac{c}{v}$$

Очевидно, что  $n \geq 1$ . Естественно, речь идёт о *показателе преломления среды для света определённой длины*.



В среде длина волны света уменьшается:  $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n}$ .

Ещё одна связка показателя преломления среды, подчеркивающая электромагнитную природу света:  $n = \sqrt{\mu \cdot \epsilon}$ , где  $\mu$  - магнитная проницаемость среды,  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды.

Кристалл соли NaCl	1,5442	Алмаз белый	2,417
Оптическое стекло	1,7424	Вода дистиллированная	1,3330

Показатель преломления воздуха невелик:  $n = 1,00027$  (считается одинаковым для всех длин волн видимого света). Поэтому зачастую в задачах его принимают за 1.

*Если в задаче указан показатель преломления среды без указания длины волны света, то это значит, что в данной задаче не рассматриваются различия в поведении света разных длин волн.*

Цвет	$\lambda$ , нм	$n$
Фиолетовый	400	1,3433
Синий	480	1,3371
Голубой	500	1,3362
Зеленый	550	1,3341
Жёлтый	590	1,3330
Оранжевый	600	1,3320
Красный	650	1,3310

## ➔ Преломление света

Под преломлением света (ещё это явление называют *рефракция*) понимают изменение направления хода луча света при переходе из одной оптической среды в другую.

Из Принципа Ферма выводится *закон преломления света*:

- падающий и преломленный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух оптических сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости;
- углы падения и преломления связаны соотношением:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ где } n_1 - \text{показатель преломления оптической среды 1; } n_2 - \text{показатель преломления оптической среды 2.}$$

В подавляющем большинстве школьных задач рассматривают преломление света при переходе из воздуха в оптическую среду (воду, стекло и пр.) или наоборот. Тогда, полагая показатель преломления воздуха равным 1, можно записать:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \text{ где } n$$

- показатель преломления среды. Среду с меньшим показателем преломления называют *оптически менее плотной*.

При переходе луча света *из более плотной оптической среды в менее плотную* (например, из воды в воздух) возникает эффект *полного внутреннего отражения* - при этом лучи света не выходят в менее плотную оптическую среду.

Смотрим на рисунок: лучи от источника света переходят из воды (более плотной оптической среды) в воздух. Для точек *a, b, c* выполняется соотношение

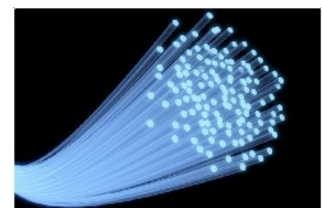
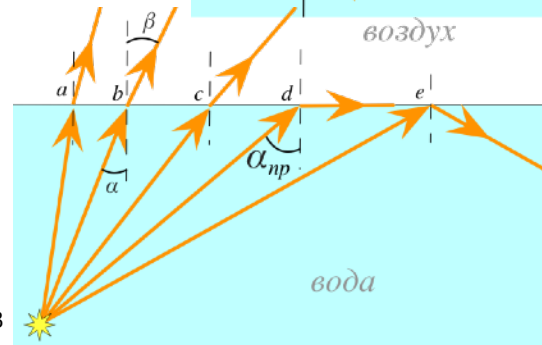
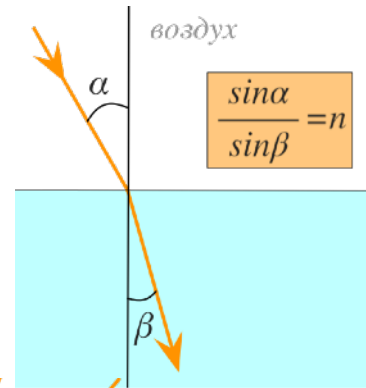
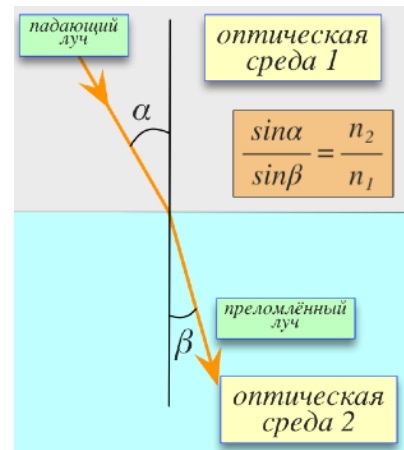
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}, \text{ где } n - \text{показатель преломления среды (показатель преломления воздуха полагаем равным 1).}$$

Причём чем дальше отстоит точка падения луча на границу сред от источника света по горизонтали, тем больше становится угол  $\beta$  (угол преломления). И в некоторой точке *d* этот угол станет равным  $90^\circ$  ( $\sin \beta = 1$ ). И предельный угол падения определяется соотношением

$$\sin \alpha_{np} = \frac{1}{n}. \alpha_{np} \text{ называется предельным углом полного}$$

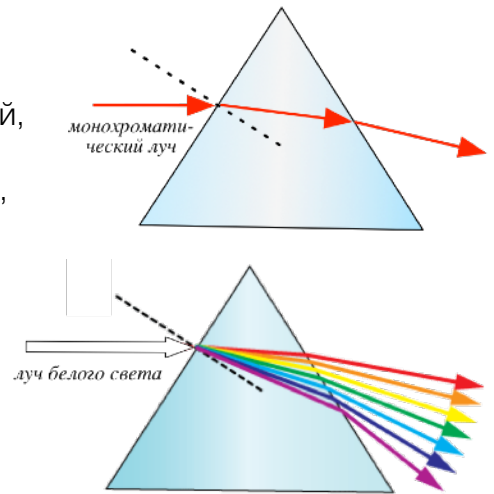
*внутреннего отражения*. В точке *e* преломления света уже происходить не будет: луч света не выйдет в воздух, а отразится от границы сред по законам отражения и уйдёт в воду. Для границы раздела стекло-воздух предельный угол полного внутреннего отражения равен  $42^\circ$ , для границы вода-воздух  $48,7^\circ$ .

Практическим важным применением явление полного внутреннего отражения является создание *волоконных световодов* - тонких (от нескольких микрометров до миллиметров) нитей из оптически прозрачного материала (стекло, кварц). Свет, попадающий на торец световода, может распространяться по нему на большие расстояния за счет полного внутреннего отражения от боковых поверхностей.

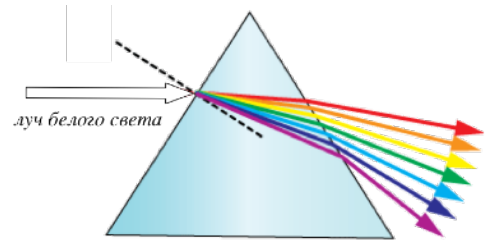


Выше я сказал, что у волн света разной длины разные показатели преломления в данной среде. Так, показатель преломления фиолетового цвета больше показателя преломления красного.

Взглянем на такую картину: луч света только одной длины волны (такой свет называют *монохроматическим*) - красный, например, проходит сквозь стеклянную призму. Этот луч преломляется на передней грани призмы, проходит стекло, преломляется на задней грани призмы и выходит наружу - точно такой же монохроматический красный луч.



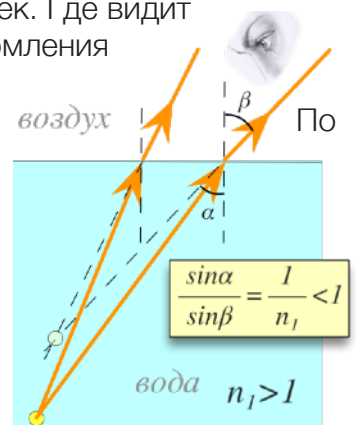
А теперь поменяем немного эксперимент: пустим на призму луч солнечного света (или какой иной луч белого света). Солнечный (белый) свет - не монохроматический, он состоит из смешения всех цветов видимого спектра. И подтверждение этому мы увидим при прохождении таким лучом призмы. Образующие белый луч (смешанные в нём) монохроматические лучи разных цветов будут по-разному преломляться на обеих гранях призмы - ведь у них разные показатели преломления. В итоге мы получим разложение луча белого света на цвета видимого спектра. Вот как это выглядит на практике.



И радуга на небе есть не что иное, как разложение на цвета видимого спектра солнечных лучей при прохождении ими водяного пара в воздухе.

### ➔ Построение изображения при преломлении на границе двух сред

Рассмотрим простой случай: на дне бассейна с водой лежит камешек. Где видит этот камешек человек, стоящий у края бассейна? Показатель преломления воздуха, как и обычно, полагаем равным 1. Вода более оптически плотная среда, чем воздух - показатель преломления воды  $n_1 > 1$ . По закону преломления света мы примерно можем представить как пойдут лучи света от камня в воздух. Для построения изображения камешка надо построить ход двух лучей, таких, что, выйдя из воды в воздух, они попадали в глаз наблюдающего человека. На рисунке ход двух таких лучей показан. На границе вода-воздух их ход



описывается законом преломления света:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n_1} < 1$ . Если

построить продолжение этих лучей, то в точке их пересечения мы получим изображение камешка, которое видит наблюдающий человек. Что про это изображение можно сказать?

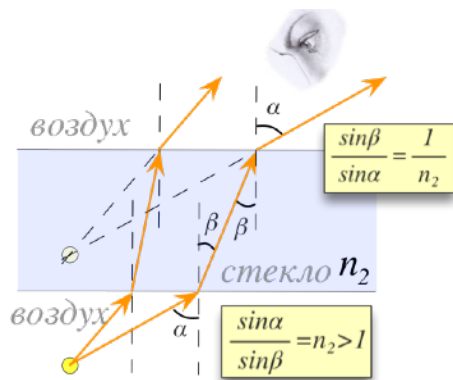
- оно мнимое (находится не на пересечении световых лучей, а на пересечении их продолжений);
- его положение зависит от положения глаза наблюдающего человека (граница двух сред не является оптической системой);
- оно находится выше, чем сам камешек.

Последний факт можно переформулировать так: *человеку всегда кажется, что водоём (река, бассейн и пр.) мельче, чем он есть на самом деле.*

А теперь усложним ситуацию: камешек лежит на дне бассейна с водой, а над водой располагается стекло с параллельными друг другу сторонами. Показатель преломления воды  $n_1$ , показатель преломления стекла  $n_2$ . Стекло - более оптически плотная среда, чем вода:  $n_2 > n_1 > 1$ . Изображение строим по тому же принципу, что и в предыдущем случае.

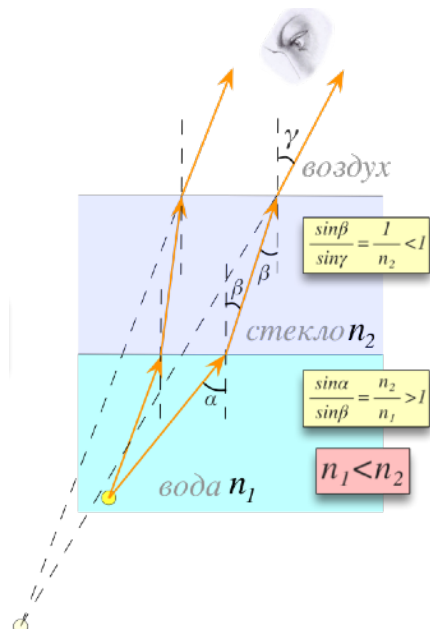
Что про это изображение можно сказать?

- оно мнимое (по тем же причинам);
- его положение зависит от положения глаза наблюдающего человека;
- его положение (выше/ниже, чем сам камешек) зависит от соотношения  $n_1$  и  $n_2$  и толщин слоев воды и стекла.



А вот ещё одна ситуация: мы смотрим на камешек, находящийся в воздухе, через стекло с параллельными друг другу сторонами. Изображение строим аналогично.

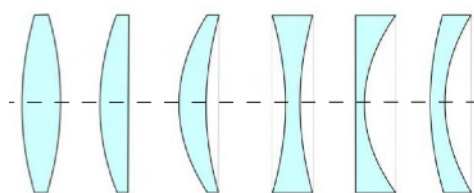
Что скажем про изображение? Мнимое. Оно будет располагаться выше камешка. Оно будет располагаться на той же вертикальной линии, что и камешек (это следует из геометрии). Его положение на этой вертикальной линии зависит от положения глаза наблюдателя. Выходящие из стекла в воздух лучи (попадающие в глаз наблюдателя) параллельны соответствующим лучам, исходящим от камешка и входящим в стекло.



Ниже мы разберём задачи на преломление света на границе двух сред.

### ➔ Тонкие линзы

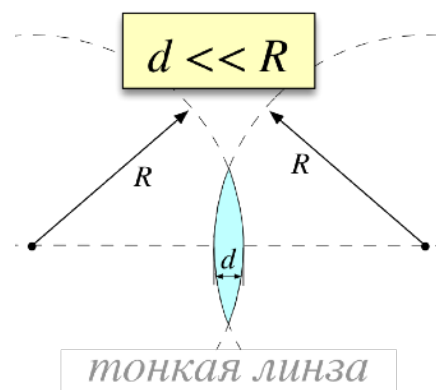
**Линза** - элемент оптической системы из прозрачного однородного материала, имеющий две преломляющие полированные поверхности: обе сферические или одну плоскую, а другую сферическую. В качестве материала линз обычно используются оптические стёкла, кристаллы, прозрачные пластмассы.



В зависимости от того, как сочетаются вогнутые, выпуклые и плоские поверхности, линзы могут быть: двояковыпуклыми и двояковогнутыми, плосковыпуклыми и плосковогнутыми, выпукло-вогнутыми и вогнуто-выпуклыми.

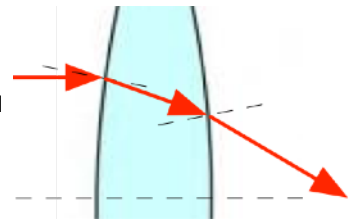
Если толщина линзы много меньше радиусов кривизны поверхностей, её образующих, то такая линза называется **тонкой линзой**. В дальнейшем *мы будем говорить о тонких линзах*, поскольку их объединяет замечательное свойство.

**Рассматриваем тонкие линзы!**

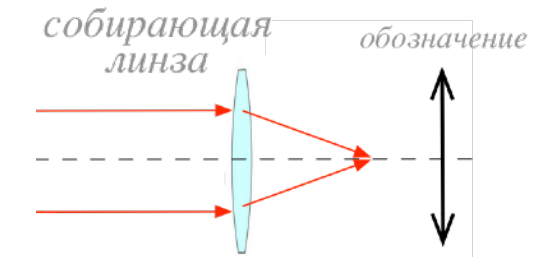




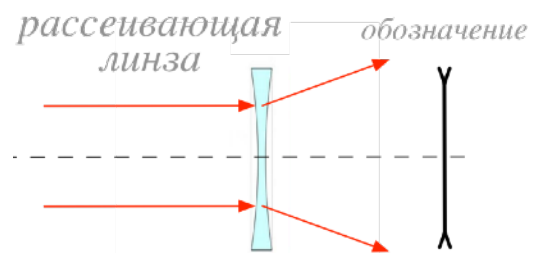
Что такое прохождение луча света через линзу? Это двукратное преломление: сначала при переходе воздух-стекло, затем при переходе стекло-воздух. Причём стекло - более плотная оптическая среда, чем воздух. В зависимости от формы поверхностей линз возможны два принципиально различных варианта: *собирающая линза* и *рассеивающая линза*.



У собирающей линзы параллельные лучи света после прохождения линзы сходятся. Собирающая линза в середине толще, чем у краев. Двояковыпуклые линзы - собирающие.

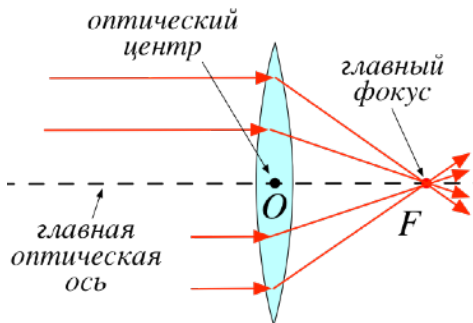


У рассеивающей линзы параллельные лучи света после прохождения линзы расходятся. Рассеивающая линза в середине тоньше, чем у краев. Двояковогнутые линзы - рассеивающие.

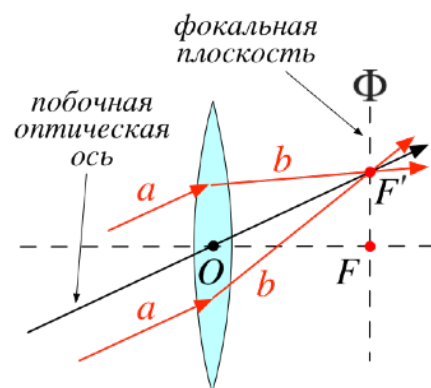


А вот теперь поговорим о тех замечательных свойствах тонких линз, о которых я упомянул выше. Будем по отдельности рассматривать собирающие и рассеивающие линзы, а потом обобщим.

**У собирающих линз:** прямая, проходящая через центры кривизны сферических поверхностей, называется *главной оптической осью линзы*. Главная оптическая ось является осью симметрии линзы. В случае тонких линз приближенно можно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть *оптическим центром линзы* (точка  $O$ ).



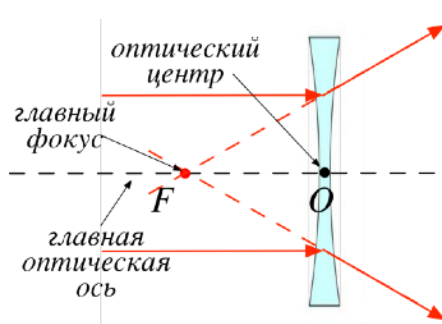
Если на собирающую линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи соберутся в одной точке  $F$ , которая называется *главным фокусом линзы*. У тонкой линзы имеются два главных фокуса, расположенных симметрично на главной оптической оси относительно линзы. У собирающих линз **фокусы действительные** - это точки пересечения лучей, а не их продолжений.



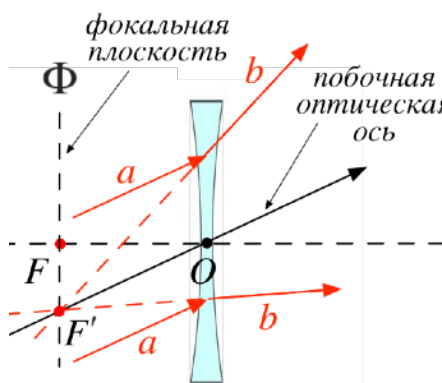
Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются *побочными оптическими осями*. Лучи, параллельные побочной оптической оси (лучи  $aa$ ), после прохождения через линзу (лучи  $bb$ ), соберутся в одной точке  $F'$  (в побочном фокусе). Этот побочный фокус  $F'$  расположен на пересечении побочной оптической оси с *фокальной плоскостью  $\Phi$* , то есть плоскостью, перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус.

Расстояние между оптическим центром линзы  $O$  и главным фокусом  $F$  называется *фокусным расстоянием* линзы. Оно обозначается той же буквой  $F$ .

**У рассеивающих линз:** всё то же самое: и *главная оптическая ось* и *оптический центр линзы* (точка  $O$ ).



Но вот если на рассеивающую линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи рассеются, но их продолжения пересекутся в одной точке  $F$ , которая тоже называется *главным фокусом линзы* (их тоже два). У рассеивающих линз **фокусы мнимые** - это точки пересечения продолжений лучей, а не самих лучей.



Так же, как и в собирающих линзах, в рассеивающей линзе аналогично вводятся понятия: *побочных оптических осей*, *побочного фокуса* и *фокальной плоскости  $\Phi$* .

Лучи, параллельные *побочной оптической оси* (лучи  $aa$ ), после прохождения через линзу (лучи  $bb$ ), рассеются, но их продолжения соберутся в одной точке  $F'$  (в *побочном фокусе*). Этот *побочный фокус  $F'$*  расположен на пересечении *побочной оптической оси* с *фокальной плоскостью  $\Phi$* , то есть плоскостью, перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через *главный фокус*.

Расстояние между *оптическим центром линзы  $O$*  и *главным фокусом  $F$*  называется *фокусным расстоянием* линзы. Оно обозначается той же буквой  $F$ .

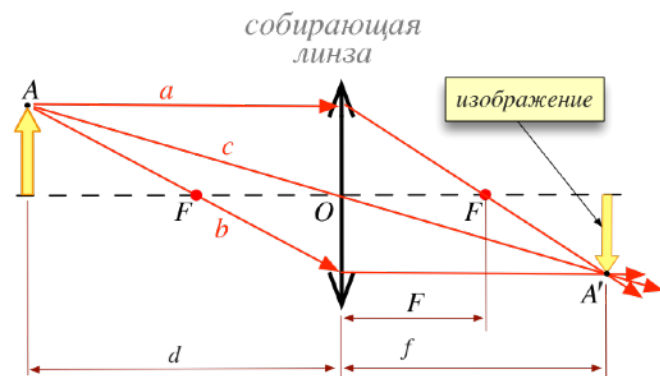
*Основное свойство линз - способность давать изображения предметов. Изображения бывают прямыми и перевернутыми, действительными и мнимыми, увеличенными и уменьшенными.*

**■ Построение изображения в тонких линзах**

Пусть у нас есть предмет (жёлтая стрелка), изображение которого в тонкой линзе нам надо построить. В данном случае нам достаточно построить изображение точки  $A$ . Сделать это можно с помощью стандартных лучей. Каждый луч мы "пускаем" из точки  $A$ . Пересечение любой пары таких лучей даёт нам изображение точки  $A$ .

Под стандартными лучами понимаем следующие:

- луч из точки  $A$  параллельный главной оптической оси зеркала (луч  $a$ ) - преломившись, он (в случае собирающей линзы) или его продолжение (в случае рассеивающей линзы) пройдёт через фокус  $F$  линзы;
- луч из точки  $A$  в оптический центр  $O$  (луч  $c$ ) - при прохождении линзы он не меняет направления своего распространения;
- луч из точки  $A$  через фокус  $F$  линзы (луч  $b$ ) - преломившись, он пойдёт параллельно главной оптической оси линзы.



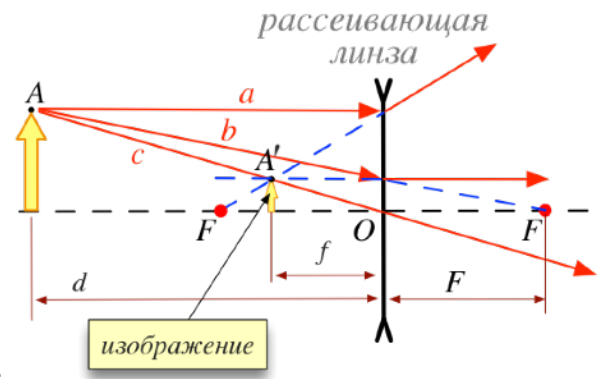
Строим изображение для собирающей линзы. Это построение похоже на построение для вогнутого зеркала (в обоих случаях фокусы - действительные).

Точка  $A'$  является изображением точки  $A$ . А маленькая жёлтая стрелочка является изображением исходного предмета. Изображение получилось: действительным (лежит на пересечении лучей, а не их продолжений), перевернутым, уменьшенным.

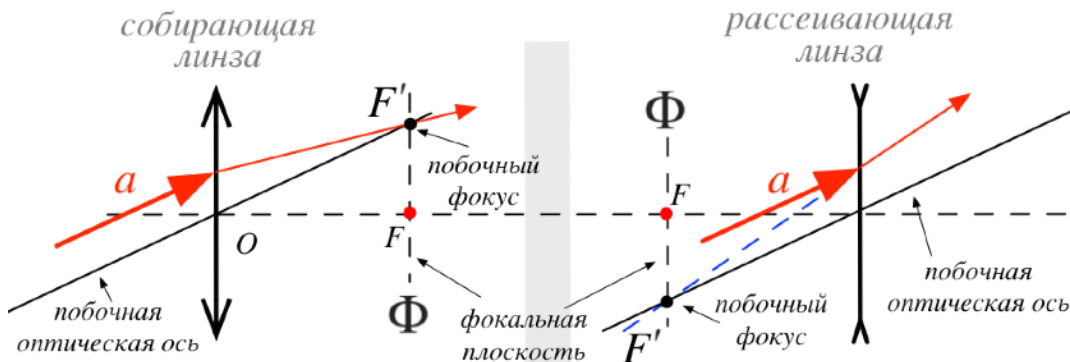
Строим изображение для рассеивающей линзы. С лучами  $a$  и  $c$  всё понятно. Обратите внимание на использование луча  $b$  - его надо направить из точки  $A$  в фокус  $F$  линзы, расположенный за линзой.

Изображение получилось: мнимым (лежит на продолжении лучей), прямым, уменьшенным.

Понятно, что для построения таких изображений достаточно любой пары из трёх стандартных лучей.



Итак, построить изображение точки (предмета) мы можем. А вот ещё одна общая задача на построение: *построить ход произвольного луча при прохождении тонкой линзы*. Это довольно просто. Даны: произвольный луч  $a$  и положение линзы и её фокусов. Строим как для случая собирающей, так и рассеивающей линз.



Сначала строим побочную оптическую ось: она параллельна исходному лучу  $a$  и проходит через оптический центр линзы. Строим фокальные плоскости  $\Phi$ : для собирающей линзы - это перпендикуляр из действительного фокуса, а для рассеивающей - перпендикуляр из мнимого фокуса. Построенная побочная оптическая ось пересекается с фокальной плоскостью в побочном фокусе  $F'$ . А мы помним, что:

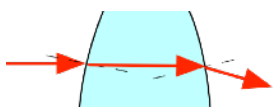
- у собирающей линзы все лучи, параллельные построенной побочной оптической оси, пересекаются в побочном фокусе  $F'$  после прохождения линзы;
- у рассеивающей линзы продолжения всех лучей, параллельных построенной побочной оптической оси, после прохождения линзы пересекаются в побочном фокусе  $F'$ .

Поэтому и луч  $a$  будет вести себя так же после прохождения линзы.

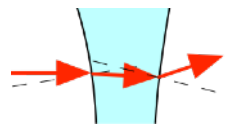
### ■ Формула тонкой линзы

Если аккуратно рассмотреть ход светового луча в тонкой линзе (как в собирающей, так и в рассеивающей), применить закон преломления света

для двух преломлений (при входе в линзу и при выходе), учесть условие для тонких линз ( $d \ll R$ ), то можно вывести *формулу тонкой линзы*. Я



здесь не буду приводить её вывод, суть его сводится к тому, что для тонкой линзы углы входа/выхода светового луча в тело линзы малы, а для малых углов  $\alpha$  используется соотношение  $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$ .



Итак, формула тонкой линзы:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ , где  $d$  - расстояние от предмета до линзы (до

оптического центра линзы);  $f$  - расстояние от изображения до линзы;  $F$  - фокусное расстояние линзы. Эта формула совпадает с формулой для сферического зеркала, что говорит об общности принципов преломления и отражения (в основе обоих, если помните, лежит Принцип Ферма).  $F$  является средним гармоническим чисел  $d$  и  $f$  (как геометрически строить среднее гармоническое я рассказывал выше).

### Правило знаков для формулы тонкой линзы:

- для собирающей линзы  $F > 0$  - фокус действительный;
- для рассеивающей линзы  $F < 0$  - фокус мнимый;
- $d > 0$  и  $f > 0$  - для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений;
- $d < 0$  и  $f < 0$  - для мнимых предметов (мнимые предметы возникают в системе из нескольких линз) и изображений.

Величины  $d, f, F$  надо подставлять в формулу тонкой линзы с учетом этого правила знаков.

То есть в общем случае формулу тонкой линзы можно записать так:  $\pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F}$

Если вы считаете по формуле и у вас в результате получилось  $f < 0$ , то это означает, что изображение - **мнимое** ( $f > 0$  - изображение **действительное**).

**Линейное увеличение тонкой линзы** определяется аналогично случаю сферического зеркала: как отношение линейных размеров изображения и предмета. Его можно посчитать

по формуле:  $\Gamma = -\frac{f}{d}$  ( $d$  и  $f$  надо подставлять в формулу с учетом правила знаков). Если получается  $\Gamma > 0$ , то изображение - прямое, если  $\Gamma < 0$ , то изображение - перевернутое.

Величину  $D = \frac{1}{F}$  (обратную фокусному расстоянию) называют **оптической силой линзы**.

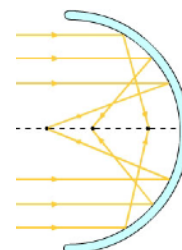
Единицей измерения оптической силы является **диоптрия (дптр)**. Диоптрия - оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м:  $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$ .

Ещё несколько свойств изображений в линзах:

- в случае одиночной линзы прямое изображение предмета всегда является мнимым, а перевернутое - действительным;
- изображение предмета, полученное на экране, всегда является действительным, то есть используемая линза - собирающая.

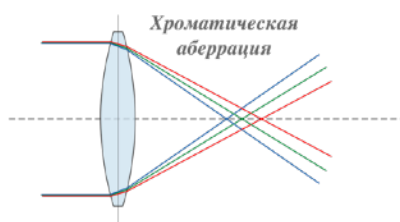
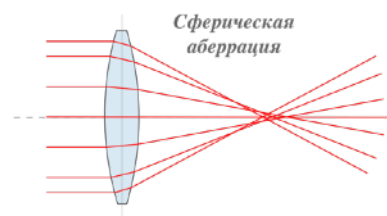
### ■ Аберрации в линзах

Я выше говорил, что в реальных сферических зеркалах всегда присутствует сферическая аберрация - параллельные лучи не будут пересекаться точно в фокусе сферического зеркала. Что приводит к некоторой размытости изображения. И причина этому - отличие формы сферического зеркала от формы параболического.



Тонкие линзы, которые мы рассмотрели - это модель, некоторое приближение. В реальных линзах аберрация тоже присутствует. Более того - в линзах есть два вида аберрации: сферическая и хроматическая.

**Сферическая аберрация** линз возникает из-за несовпадения фокусов для лучей света проходящих на разных расстояниях от оптической оси.



**Хроматическая аберрация** линз

возникает из-за разницы коэффициентов преломления у световых лучей с разными длинами волн - они преломляются в линзе по-разному, в результате чего параллельные лучи разных цветов не могут сфокусироваться в одной точке.

С этими паразитными явлениями борются различными способами.

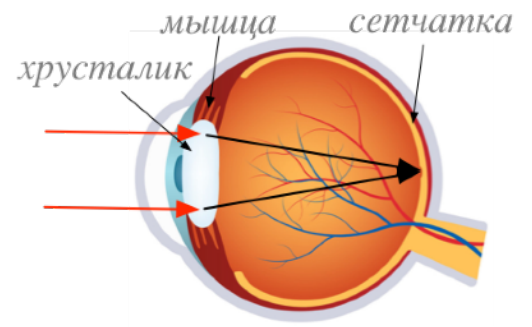
*В школьных задачах аберрации не рассматриваются - считаем тонкие линзы идеальными.*



## ■ Оптические приборы

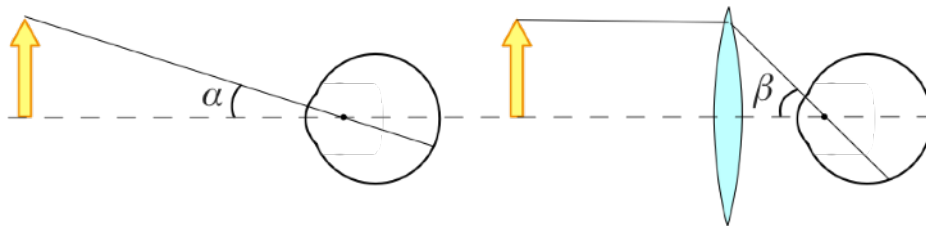
Главным для нас оптическим прибором является наш глаз. Упрощённо в глазе можно рассмотреть три принципиально важных элемента: *хрусталик, мышцу и сетчатку*.

**Хрусталик** - это двояковыпуклая линза, кривизна поверхностей которой может меняться под действием **мышцы**. Задняя стенка глаза (глазное дно) покрыта сетчатой оболочкой (**сетчаткой**), являющейся светочувствительным элементом.



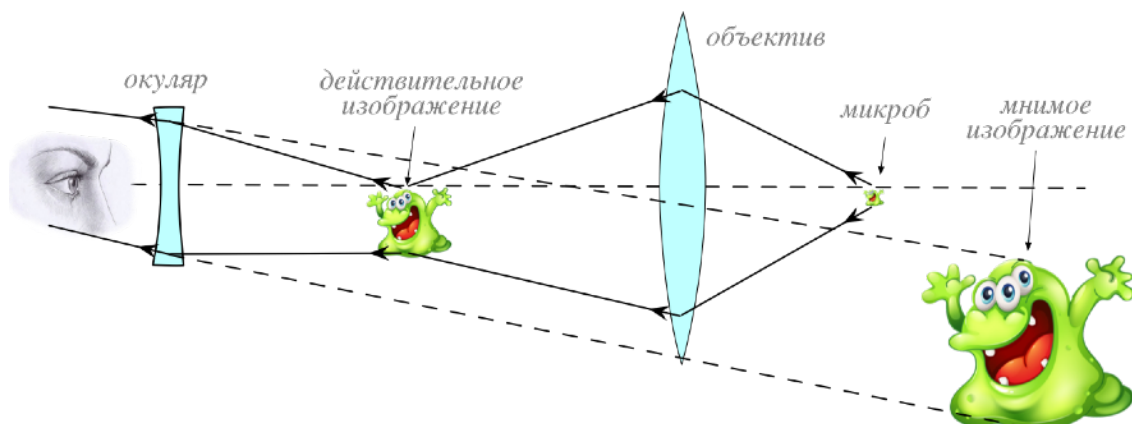
В целом глаз можно рассматривать как собирающую линзу с переменным фокусным расстоянием и экран, роль которого играет сетчатка. При рассматривании какого-либо предмета хрусталик формирует на сетчатке его действительное изображение, которое и передаётся в мозг. При изменении расстояния до предмета глазная мышца так меняет кривизну хрусталика, чтобы изображение всегда оставалось на сетчатке. Этот процесс называется *аккомодацией* глаза.

**Углом зрения** называется угол между прямыми, проведёнными из крайних точек предмета в оптический центр глаза. Очевидно, что этот угол определяет размеры изображения предмета на сетчатке. При удалении предмета его угол зрения уменьшается, и при некотором значении (около одной угловой минуты) изображение предмета на сетчатке попадает на одно нервное окончание, то есть протяжённый объект воспринимается глазом как точка. Этот угол называется *разрешающей способностью глаза*.



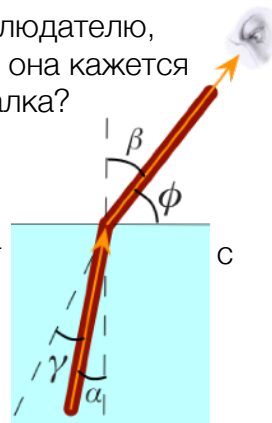
Оптические приборы могут состоять из комбинации различных линз и зеркал. **Основным назначением многих оптических приборов является увеличение угла зрения** рассматриваемых объектов. Эти приборы делятся на два класса: приборы для наблюдения близких объектов (лупа, микроскоп) и приборы для наблюдения далёких объектов (телескоп).

Вот перед вами для примера оптическая схема микроскопа.



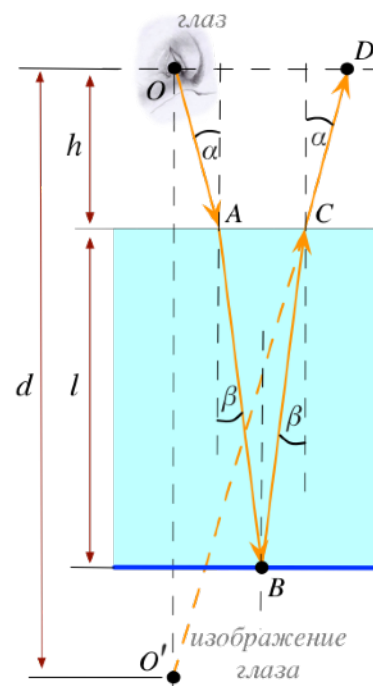
*А теперь - задачи.*

> **Задача 1.** Палка с изломом посередине погружена в пруд так, что наблюдателю, находящемуся на берегу и смотрящему вдоль надводной части палки, она кажется прямой, составляющей угол  $\varphi$  с горизонтом. Какой угол излома имеет палка? Показатель преломления воды  $n$ .



**Решение:** Палка будет казаться прямой наблюдателю, смотрящему вдоль её надводной части, если направление подводной части совпадает направлением преломленного луча. Угол излома  $\gamma = \beta - \alpha$  и  $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = n$ . Отсюда получаем  $\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi - \arcsin(\cos\frac{\varphi}{n})$ .

> **Задача 2.** На дне сосуда, заполненного водой, лежит плоское зеркало. Человек, наклонившийся над сосудом, видит изображение своего глаза в зеркале на расстоянии  $d$ , когда расстояние от глаза до поверхности воды равно  $h$ . Определите глубину сосуда. Показатель преломления воды  $n$ .



**Решение:** Проследим за некоторым лучом  $OABCD$ , выходящим из глаза и после отражения от зеркала снова попадающим в глаз (глаз ловит все лучи, близко расположенные к вертикали - пусть вас рисунок не смущает).

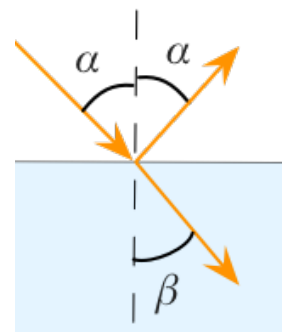
Человек наклонился *над сосудом* - углы  $\alpha$  и  $\beta$  малы  $\Rightarrow \sin\alpha \approx \text{tg}\alpha \approx \alpha$  и  $\sin\beta \approx \text{tg}\beta \approx \beta \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \approx \frac{\alpha}{\beta}$ .

Глаз увидит изображение точки  $O$  в точке  $O'$ , лежащей на продолжении луча  $CD$ . Из геометрии на рисунке имеем:  $OD = d \cdot \text{tg}\alpha \approx d \cdot \alpha$ . С другой стороны

$$OD = 2h \cdot \text{tg}\alpha + 2l \cdot \text{tg}\beta \approx 2h \cdot \alpha + 2l \cdot \beta. \text{ И } \alpha \approx n \cdot \beta. \text{ Откуда } l \approx \frac{(d - 2h)n}{2}.$$

В задачах, когда очевидно, что углы падения-преломления малы ("человек, наклонившийся над ..."), используются приближенные формулы  $\sin\alpha \approx \text{tg}\alpha \approx \alpha$  и  $\sin\beta \approx \text{tg}\beta \approx \beta$  !!! ( $\alpha$  и  $\beta$  - в радианах).

> **Задача 3.** Под каким углом световой луч падает на плоскую поверхность стекла, если отражённый и преломлённый лучи образуют между собой прямой угол? Скорость света в стекле  $v$ .

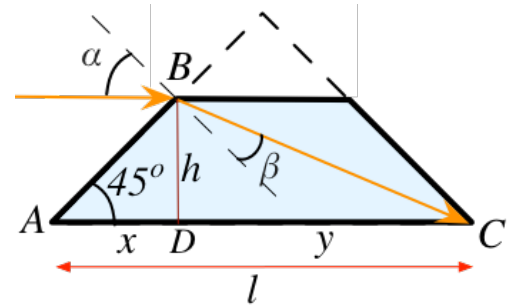


**Решение:** По закону преломления  $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n = \frac{c}{v}$ , а по условию задачи

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}, \text{ откуда } \alpha = \arctg\frac{c}{v}.$$

> **Задача 4.** Имеется усечённая равнобедренная прямоугольная призма. Определить минимальную длину основания призмы, при которой пучок света, целиком заполняющий боковую грань, полностью пройдёт через призму. Высота призмы  $h$ . Показатель преломления стекла  $n$ .

**Решение:** Необходима такая длина основания  $l$ , чтобы верхний луч пучка из точки  $B$  попадал в самую дальнюю точку основания  $C$ . При этом очевидно, что  $\alpha = 45^\circ$ , а  $\sin\beta = \sin\alpha \cdot n = \frac{n}{\sqrt{2}}$ .

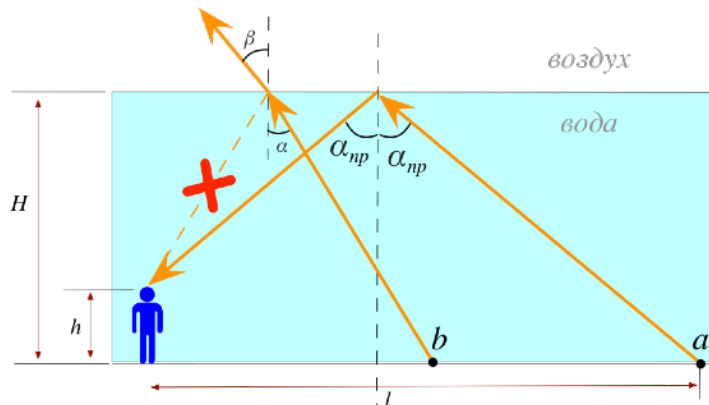


Из треугольника  $BDC$  имеем  $y = h \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)$  и

$x = h$ . Искомая величина  $l = x + y = h\left(1 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)\right)$  или  $l = h\left(1 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{n}{\sqrt{2}}\right)\right)$ .

> **Задача 5.** Водолаз стоит на горизонтальном дне водоёма глубиной  $H$ . На каком расстоянии  $l$  от водолаза, рост которого  $h$ , находятся те части дна, которые он может увидеть отражёнными от поверхности воды? Показатель преломления воды  $n$ .

**Решение:** В этой задаче "работает" полное внутреннее отражение. Напомню: оно возникает при переходе луча света из более плотной оптической среды в менее плотную (из воды в воздух) - при этом лучи света не выходят в менее плотную оптическую среду.



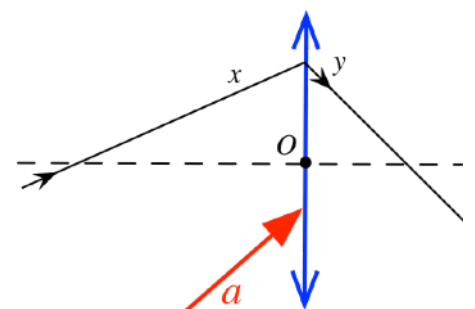
Взглянем на рисунок. Луч света из точки  $b$  идёт к границе вода-воздух и там, преломляясь, выходит из воды. До водолаза он не доходит. А теперь рассмотрим точку  $a$ . Она такова, что луч света, выйдя из неё, достигает границы вода-воздух под углом полного внутреннего отражения  $\alpha_{np}$ , и, не выходя из воды, отражается и достигает глаз водолаза. У всех точек, лежащих дальше от водолаза (правее точки  $a$ ) угол достижения границы вода-воздух будет больше  $\alpha_{np}$ . Значит нам надо определить положение точки  $a$ . Напомню:  $\sin\alpha_{np} = \frac{1}{n}$ .

Из геометрии на рисунке следует:  $l = (H - h) \cdot \operatorname{tg}\alpha_{np} + H \cdot \operatorname{tg}\alpha_{np}$ , откуда  $l = \frac{2H - h}{\sqrt{n^2 - 1}}$ .

> **Задача 6.** На рисунке дан ход луча  $x$  у через собирающую линзу. Построить ход произвольного луча  $a$ . Рассмотреть случаи, когда точка пересечения лучей  $x$  и  $a$  лежит слева и справа от линзы.

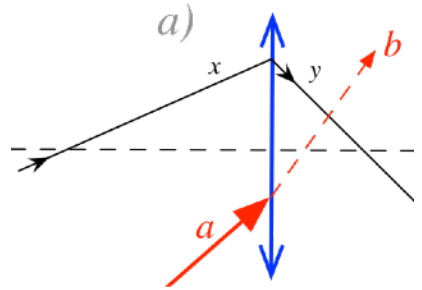
**Решение:** *Задача на построение!!! Важная!!!*

Будет два варианта построения с учётом положения точки пересечения лучей  $x$  и  $a$ .

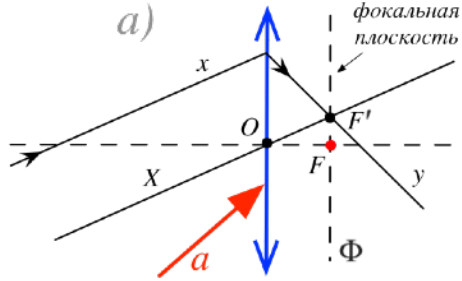


**Вариант а)** - лучи  $x$  и  $a$  пересекаются справа от линзы.

Это значит, что луч  $b$  (продолжение луча  $a$  после прохождения линзы) сходящийся - он пересекает главную оптическую ось справа от линзы - то есть мы будем работать с действительным фокусом и действительной фокальной плоскостью, расположенными справа от линзы.



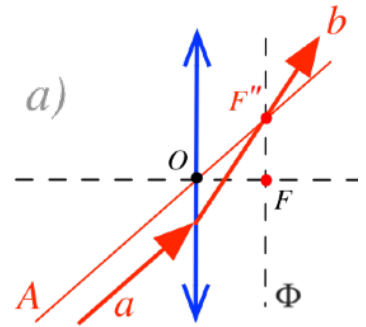
Построение в два шага.



**Шаг 1:** Проводим параллельно лучу  $x$  побочную оптическую ось  $X$ . Она пересечётся с лучом  $y$  в побочном фокусе  $F'$ , лежащем на действительной фокальной плоскости  $\Phi$ . Строим действительную фокальную плоскость  $\Phi$  и действительный фокус  $F$  - это главная цель первого шага.

Она пересечётся с уже построенной фокальной плоскостью  $\Phi$  в побочном фокусе  $F''$ . Строим луч  $b$ , проходящий через побочный фокус  $F''$ . Построение окончено.

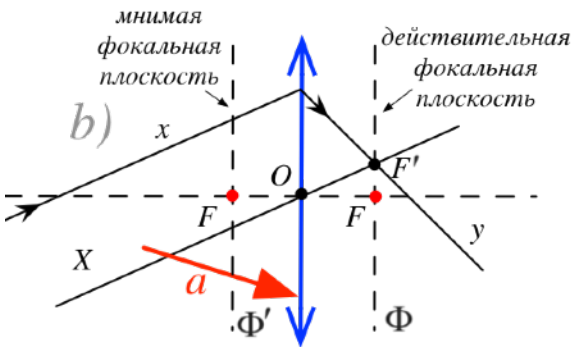
**Шаг 2:** Проводим параллельно лучу  $a$  побочную оптическую ось  $A$ .



**Вариант б)** - лучи  $x$  и  $a$  пересекаются слева от линзы.

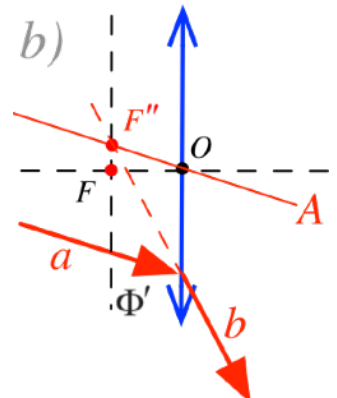
Это значит, что луч  $b$  (продолжение луча  $a$  после прохождения линзы) расходящийся - он (его продолжение) пересекает главную оптическую ось слева от линзы - то есть мы будем работать с мнимым фокусом и мнимой фокальной плоскостью, расположенными слева от линзы.

Построение тоже в два шага.



**Шаг 1:** Так же, как и в варианте а) строим действительную фокальную плоскость  $\Phi$  и действительный фокус  $F$ . Откладываем симметрично относительно оптического центра линзы  $O$  мнимый фокус и мнимую фокальную плоскость  $\Phi'$  - это главная цель первого шага.

**Шаг 2:** Проводим параллельно лучу  $a$  побочную оптическую ось  $A$ . Она пересечётся с уже построенной мнимой фокальной плоскостью  $\Phi'$  в мнимом побочном фокусе  $F''$ . Строим луч  $b$ , проходящий через побочный фокус  $F''$ . Построение окончено.



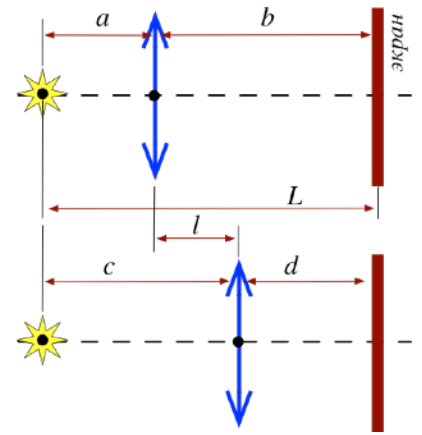
**Продумайте каждый шаг построения в этой задаче: всё логично и последовательно!**

> **Задача 7.** Расстояние между точечным источником света и экраном равно  $L$ . Линза, помещенная между ними, даёт на экране чёткое изображение при двух положениях, расстояние между которыми равно  $l$ . Определите фокусное расстояние линзы.

**Решение:** Изображение на экране даёт собирающая линза (фокус - положительный). Из рисунка можно сразу писать уравнения:

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$  - для первого положения линзы;  $\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$  - для второго положения линзы; Геометрические связи:  $a + b = L$ ;  $c + d = L$ ;  $b - d = l$ . Пять уравнений - пять неизвестных:

можно решать. В итоге получаем:  $F = \frac{L^2 - l^2}{4L}$ .

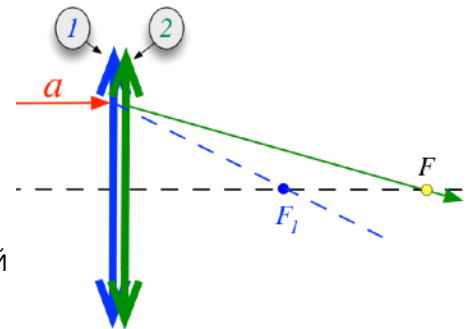


> **Задача 8.** Объектив состоит из трёх контактирующих тонких линз: первая - двояковыпуклая с фокусным расстоянием  $F_1$ , вторая - двояковогнутая с фокусным расстоянием  $F_2$ , третья - двояковыпуклая с фокусным расстоянием  $F_3$ . Определить фокусное расстояние объектива.

**Решение:** *Задача на систему линз!!! Важная!!!*

Из условия понятно, что первая и третья линзы - собирающие ( $F_1 > 0$ ,  $F_3 > 0$ ), а вторая - рассеивающая ( $F_2 < 0$ ).

Давайте представим простейший случай: две контактирующие собирающие тонкие линзы с фокусными расстояниями, соответственно,  $F_1$  и  $F_2$ . Найдём фокусное расстояние такой системы.



Пусть на систему луч  $a$ , параллельный главной оптической оси системы (по сути мы строим изображение бесконечно удалённого точечного источника света). Если бы не было линзы 2, этот луч, преломившись в линзе 1, пересек бы главную оптическую ось в фокусе  $F_1$  линзы 1. Теперь появляется линза 2: для неё точка  $F_1$  является **мнимым предметом**.

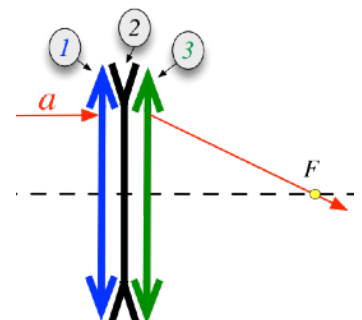
Положение изображения  $F$  этого мнимого предмета в линзе 2 считаем по формуле:

$$\frac{1}{-F_1} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F_2} \quad \text{или} \quad \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F} \quad [1].$$



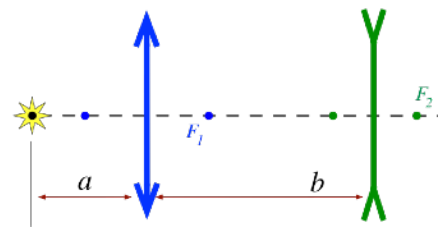
Но  $F$  - это и есть **фокусное расстояние всей системы** из двух линз: мы пустили луч  $a$ , параллельный главной оптической оси системы, и получили точку  $F$  - точку пересечения продолжения этого луча (после прохождения системы двух линз) с оптической осью. Формулу [1] можно доказать для любой комбинации контактирующих линз: собирающая-собирающая, собирающая-рассеивающая, рассеивающая-собирающая, рассеивающая-рассеивающая. Или по-другому её можно переформулировать так: **оптическая сила системы двух контактирующих линз равна сумме их оптических сил:  $D = D_1 + D_2$ .**

Возвращаясь к задаче: формула [1] справедлива и для трёх, и для ста контактирующих линз. Поэтому  $\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_3} = \frac{1}{F}$  (с учетом правила знаков для фокусов собирающих и рассеивающих линз).



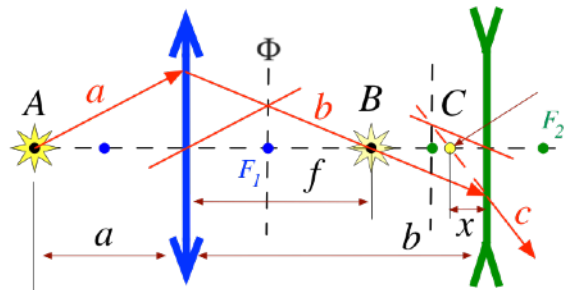


> **Задача 9.** Источник света находится на расстоянии  $a$  от собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F_1$ . По другую сторону линзы на расстоянии  $b$  расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием  $F_2$  (положение линз показано на рисунке). Где будет находиться изображение источника?



**Решение:** Немного построений, немного вычислений.

Строим изображение источника в линзе 1 (мы уже не раз это делали в предыдущих задачах). Пускаем произвольный луч  $a$ , строим параллельную оптическую ось, получаем побочный фокус, через него проводим луч  $b$  и получаем точку  $B$  - изображение точки  $A$  в линзе 1. Оно действительно.



Точка  $B$  является действительным предметом для линзы 2. Поскольку линза 2 - рассеивающая, то работаем с её мнимым фокусом и мнимой фокальной плоскостью. Аналогично (с помощью того же луча  $b$ , параллельной ему побочной оптической оси, мнимой фокальной плоскости линзы 2 и мнимого побочного фокуса) получаем точку  $C$  - мнимое изображение точки  $B$  в линзе 2 - оно же - изображение исходного предмета  $A$  в системе линз.

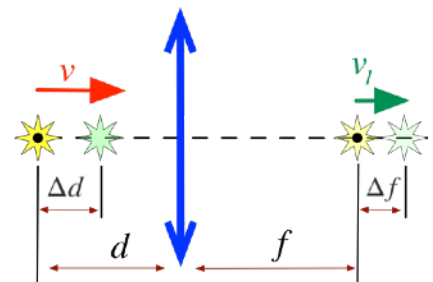
Теперь расчеты:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_1}$  - расчет положения изображения в линзе 1 (точка  $B$ );

$\frac{1}{b-f} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F_2}$  - расчет положения изображения в линзе 2 (точка  $C$ ). Находим  $x$ .

> **Задача 10.** Рассеивающая линза с фокусным расстоянием  $F$  дает уменьшенное в  $n$  раз изображение предмета. Найдите расстояние от предмета до изображения.

**Решение:** Тут даже рисовать ничего не надо. Одни формулы:  $1/d - 1/f = -1/F$  - рассеивающая линза (поэтому минус перед  $1/F$ ) даёт мнимое изображение предмета (поэтому минус перед  $1/f$ ). Увеличение линзы  $\Gamma = f/d = 1/n \Rightarrow d = F(n-1)$ ;  $f = F(1-1/n)$ . Предмет и изображение находятся по одну сторону от линзы, и расстояние между ними равно  $l = d - f = F(n + 1/n - 2)$ .

> **Задача 11.** Точечный источник движется со скоростью  $v$  вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$ . С какой скоростью движется изображение источника в тот момент, когда источник находится от линзы на расстоянии  $d$ ?



**Решение:** Предположим, что источник движется в сторону линзы, тогда  $d$  уменьшается, а  $f$  увеличивается. Пусть за малое время  $\Delta t$  источник переместился на расстояние  $\Delta d$ , а изображение - на расстояние  $\Delta f$ .

Тогда:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$  и  $\frac{1}{d-\Delta d} + \frac{1}{f+\Delta f} = \frac{1}{F}$ . Вычитая эти уравнения друг из друга,

получим:  $\frac{\Delta d}{d \cdot (d - \Delta d)} = \frac{\Delta f}{f \cdot (f + \Delta f)}$ . Пренебрежем  $\Delta d$  и  $\Delta f$  в знаменателе и, разделив

на  $\Delta t$ , найдем  $v_1 = v \cdot \frac{f^2}{d^2} = \left(\frac{F}{d-F}\right)^2 \cdot v$

Мы закончили рассмотрение вопросов геометрической оптики. Геометрическая оптика - это упрощенная модель поведения света, когда различия в длинах волн света не имеют значения. В ней используются понятия "точечный источник света", "световой луч", принципы прямолинейного распространения света и обратимости хода световых лучей. Законы отражения и преломления света тоже носят геометрический характер (хотя, говоря о преломлении света, мы неоднократно повторяли, что коэффициент преломления среды зависит от длины волны преломляемого света). Сферические зеркала и тонкие линзы - это тоже упрощенные модели реальных зеркал и линз. Несмотря на упрощенность таких моделей, методы геометрической оптики работают для описания широкого круга оптических явлений. Но есть вопросы, на которые геометрическая модель не может дать ответов. Поэтому мы переходим к разделу **ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ**, где распространяющийся свет - это не "световой луч", а **волна**.

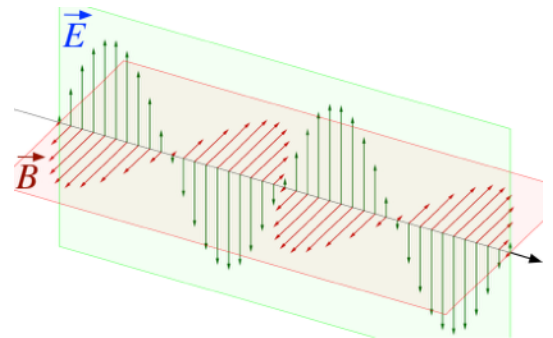
## → Волновая оптика

Напомню основные положения школьной волновой физики<sup>4</sup>.

- **Колебание** - это повторяющийся во времени процесс изменения состояний системы около точки равновесия. Колебания почти всегда связаны с превращением энергии из одной формы в другую и обратно.
- **Волна** - это колебательное изменение характеристик физического поля или материальной среды, способное перемещаться в пространстве, удаляясь от места его возникновения (или колебаться внутри ограниченных областей пространства - стоячая волна). Проще говоря, **волна - это распространяющееся в пространстве колебание**.
- **Световые волны** - электромагнитные волны - перемещающееся в пространстве колеблющееся электромагнитное поле. Световые волны не переносят материю, они переносят энергию. Для них справедлив принцип суперпозиций.

■ А теперь - несколько важных понятий, которые нам помогут в рассмотрении физических процессов волновой оптики.

Световые волны - это **поперечные волны**: колебания векторов напряженности электрического и индукции магнитного полей происходят в направлении, перпендикулярном к направлению движения волны.

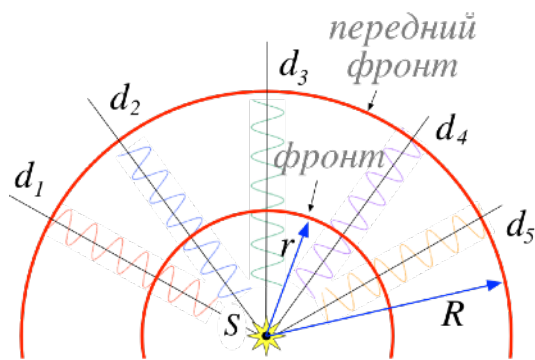


Колебания как электрической, так и магнитной составляющей световой волны можно описать гармонической функцией:  $E = E_0 \cdot \sin(2\pi \frac{v}{\lambda} t + \varphi)$  и

$B = B_0 \cdot \sin(2\pi \frac{v}{\lambda} t + \varphi)$ , где  $E, B$  - текущие значения напряженности и индукции,  $E_0, B_0$  - амплитудные значения напряженности и индукции,  $v$  - скорость распространения световой волны в среде,  $\lambda$  - длина волны,  $\varphi$  - начальная фаза при  $t = 0$ . Величина  $2\pi \frac{v}{\lambda} t + \varphi$  называется **фазой волны**.

**Волновой фронт** - это поверхность, на всех точках которой волна имеет в данный момент времени одинаковую фазу. Это общее определение. Но чаще под волновым фронтом (**передним фронтом**) подразумевают **поверхность, до которой дошел волновой процесс к данному моменту времени**.

<sup>4</sup> В Истории про Колебания об этом рассказано подробно.



Основные свойства волновых фронтов:

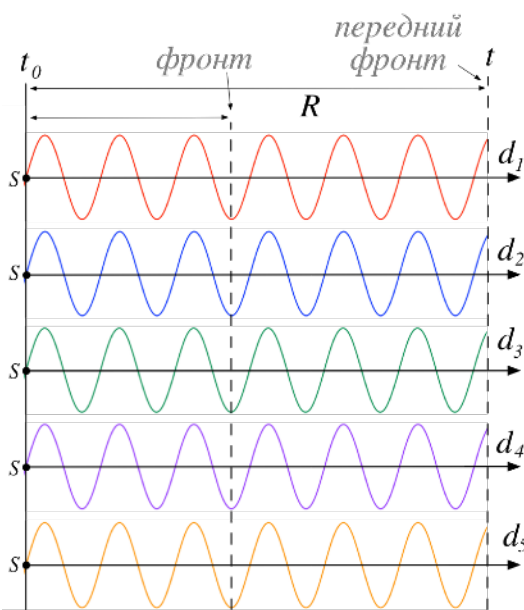
- волновые фронты не пересекаются между собой;
- через каждую точку пространства проходит только один волновой фронт.

А теперь давайте поясню это на примере.

Пусть у нас имеется точечный источник монохроматического света  $S$  (света одной длины волны) в вакууме. В исходном состоянии он был выключен. В момент  $t_0$  его включили. Свет от

источника начал распространяться во все стороны со скоростью  $c$ . Выберем пять произвольных направлений  $d_1 - d_5$  и "заснимем видео" распространения волн света по этим направлениям от момента  $t_0$  до некоторого момента  $t$  (будем фиксировать только синусоидальное колебание вектора  $\vec{E}$  волны света).

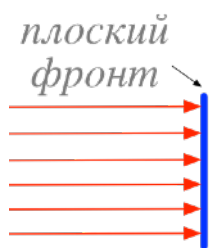
Поскольку эти колебания от одного и того же источника света  $S$ , то мы получим одинаковые синусоиды. В любой момент времени их фазы равны.



Если мы построим сферу с центром в точке  $S$  радиусом  $r$ , то эта сфера пересечёт все направления распространения волн света и в точках пересечения у этих волн будут одинаковые фазы. Поэтому такая сфера и будет *волновым фронтом* распространения от точечного источника (как и любая подобная сфера).

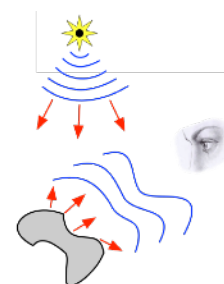
А теперь построим сферу с центром в точке  $S$  радиусом  $R = c \cdot (t - t_0)$ .  $c \cdot (t - t_0)$  - это то расстояние, которое пройдёт свет с момента включения до времени  $t$ . Эта сфера будет *передним волновым фронтом - поверхностью, до которой дошёл свет* - фазы волн света на такой сфере будут тоже одинаковыми.

Мы познакомились со *сферическим фронтом* распространения волны. У точечных источников фронт волн - сферический. А какие ещё бывают?



Параллельно идущие лучи (в геометрической оптике мы трактовали их как лучи от бесконечно удалённого источника света) образуют *плоский волновой фронт*.

Форма фронта волны зависит от источника. А когда есть несколько источников света, то форма фронтов результирующих волн может быть самой разнообразной.

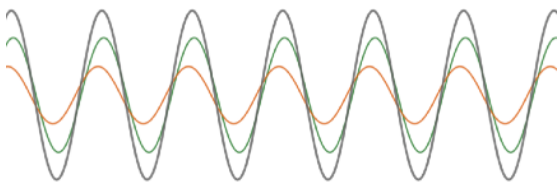


Вот для примера форма фронта волн света точечного источника, отражённых предметом произвольной формы.

А теперь представьте: у нас есть два точечных источника монохроматического света. Как можно сказать, что испускаемый ими свет - "подобный"? Для этого служит понятие *когерентности источников света*.

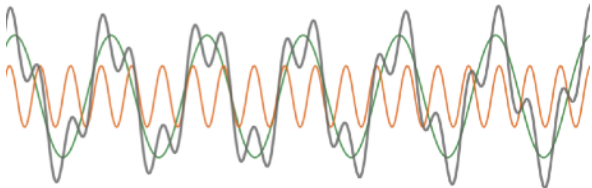
*Два источника света когерентны, если испускаемый ими свет имеет одинаковую частоту (длину волны) и постоянную разность фаз.*

Поясню на примере это определение.



Если представить испускаемые двумя точечными источниками волны как синусоиды, то имеем:  
 Источник 1: зелёная синусоида на графике  $y = 4\sin x$ ;  
 Источник 2: рыженькая синусоида  $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{8})$ ;

Серая кривая - их сумма. Эта сумма - периодическая гармоническая функция - соответствует *монохроматическому цвету той же частоты (той же длины волны)*. Частоты волн света обоих источников одинаковы, разность фаз - постоянна. Амплитуды - разные. Амплитуда определяет интенсивность света. Но различие в амплитудах не мешает в сумме получить монохроматический свет той же частоты. *Источники 1 и 2 - когерентны.*



На этом графике:  
 Источник 1: зелёная синусоида  $y = 4\sin x$ ;  
 Источник 2: рыженькая синусоида  $y = 2\sin(\pi x + \frac{\pi}{8})$ ;

Серая кривая - их сумма. Очевидно, что эта сумма не периодическая и не соответствует монохроматическому свету. Частоты волн света обоих источников разные (более того - эти частоты не кратны), разность фаз - непостоянна. *Источники 1 и 2 - некогерентны.*

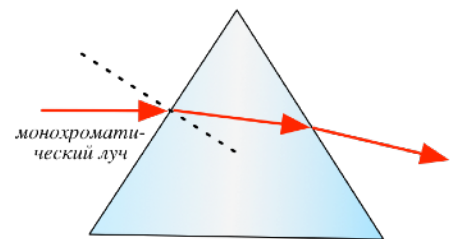
В реальности когерентные источники получают двумя способами:

- оптическим разделением света одного источника (с помощью призм и зеркал) на два луча и последующим их сведением;
- с помощью точно настраиваемых лазеров.

Ну вот, зарядились определениями. Теперь давайте рассматривать явления волновой оптики.

## ➔ Дисперсия

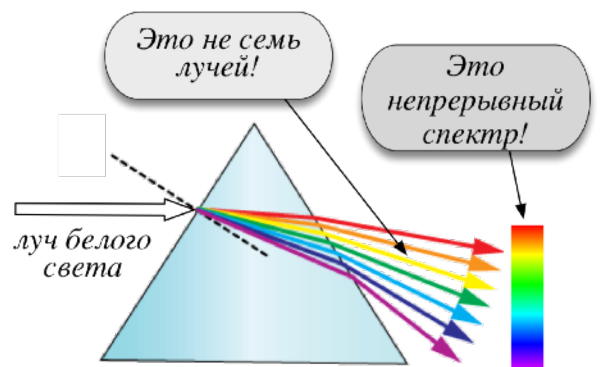
*Дисперсией света называется зависимость показателя преломления вещества от длины волны преломляемого света.* Дисперсия - это один из результатов взаимодействия света с веществом. И мы по сути это явление уже обсуждали выше.



Луч монохроматического света, преломляясь в призме, проходит её и остаётся лучом монохроматического света.

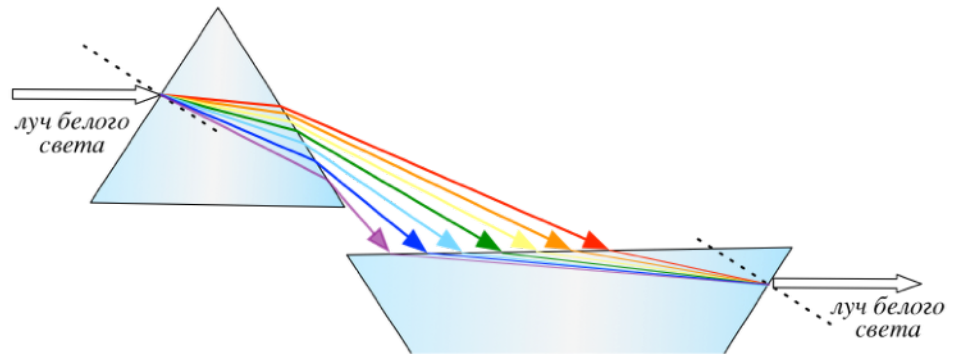
А вот не-монохроматический (составной) свет при прохождении призмы будет разлагаться на монохроматические составляющие. Примером такого не-монохроматического света является свет от солнца, от свечи, от лампочки.

Следствием дисперсии является разложение в спектр луча белого света при прохождении его через призму. Это разложение на *непрерывный спектр* говорит о том, что белый свет - составной и содержит лучи из непрерывного диапазона длин волн.



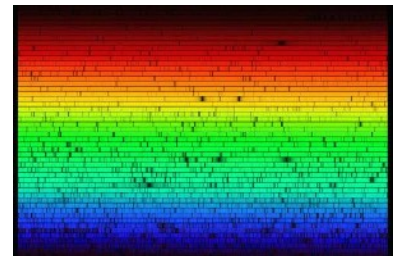


А если пропустить лучи разложенного белого цвета<sup>5</sup> через симметрично расположенную вторую призму (сообразите - о какой симметрии идёт речь), то можно их вновь собрать в луч белого света. Что ещё раз подтверждает принцип обратимости хода световых лучей.



Разложение света источника в спектр дало толчок бурному развитию **спектральной астрономии**. Ведь спектр света далёкой звезды несёт огромное количество информации о ней. Спектры звезд - это их паспорта. По спектру звезды можно узнать её светимость, расстояние до неё, температуру, размер, химический состав её атмосферы, скорость вращения вокруг оси. Спектральный аппарат, устанавливаемый на телескопе, раскладывает свет звезды по длинам волн в полосу спектра.

Вот для примера приведу спектр видимого света нашего Солнца. Тёмные пятнышки в этом спектре - это не грязюка на линзах телескопа. Эти тёмные пятнышки говорят о том, что в солнечном спектре нет проходящих к нам лучей таких длин волн. Причины такого отсутствия - в химическом составе поверхности Солнца. Этот пример хорошо показывает, что солнечный свет - не абсолютно белый (если бы он был абсолютно белым, то весь спектр видимого солнечного света был бы непрерывным).

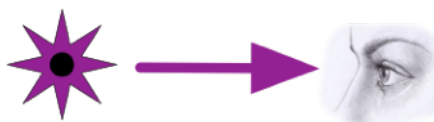


## ■ Свет и цвет

Цвет - зрительное, субъективное восприятие человеком видимого света. Рецепторы сетчатки глаза реагирует на три первичных цвета: красный, зеленый и синий, а также на их интенсивность (амплитуду). Эта информация поступает в мозг, который и синтезирует цветовую картину в целом.

При восприятии нами цвета возможны две принципиально разные ситуации:

- 1) свет попадает в наш глаз непосредственно из излучающего источника и
- 2) свет попадает в наш глаз, отразившись от (или пройдя сквозь) какого-либо предмета.



<sup>5</sup> На рисуночке я показал только семь лучей базовых цветов. Но вы должны понимать, что спектр преломлённого белого цвета - непрерывный и лучей разных длин волн (цветов) в нём бесконечно много. А базовых цветов различают семь штук (это условность): красный, оранжевый, желтый, зелёный, голубой, синий, фиолетовый - в порядке уменьшения длины волны. А как запомнить этот порядок? А по известной фразе: "Каждый Охотник Желает Знать Где Сидит Фазан". Первые буквы слов в этой фразе дадут вам названия цветов.



При получении света непосредственно из источника наш глаз получает тот же свет, который был источником излучён. При получении света, отражённого от какого-либо предмета, наш глаз получает свет-результат взаимодействия падающего света с этим предметом. И свет-результат в подавляющем большинстве случаев отличается от исходного света. Рассмотрим подробнее эти две ситуации.

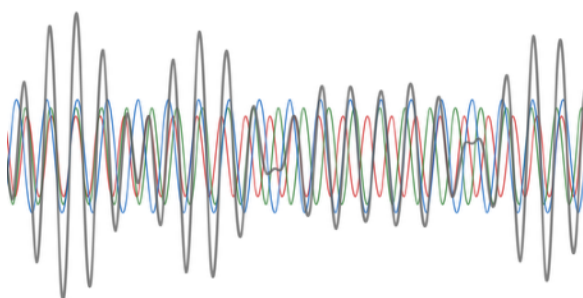
### 1) Свет от источника - аддитивное смешение цветов

Когда в наш глаз попадает свет от одного источника, то тут всё просто: какой свет был излучён, такой и попадает в наш глаз. Когда же в глаз попадает свет от нескольких источников, то этот "коллективный" свет описывается методом *аддитивного смешения*

*аддитивное смешение цветов*



("аддитивный" - суммирующий). Ведь свет - это электромагнитная волна, состоящая из переменных электрического и магнитного полей. Принцип суперпозиции действует и для электрического и для магнитного полей. То есть можем эти поля (то есть волны) складывать<sup>6</sup> (отсюда и слово "аддитивный").

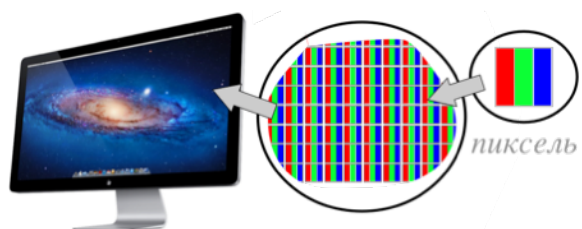


Мы уже говорили, что электрическое поле света можно упрощенно описать формулой:

$$E = E_0 \cdot \sin\left(\frac{t}{\lambda}\right) \quad (\lambda - \text{длина волны}).$$

Вот для иллюстрации я взял и построил три синусоиды: красную ( $\lambda = 480$  нм); зеленую ( $\lambda = 500$  нм); синюю ( $\lambda = 600$  нм). У всех трёх синусоид разная амплитуда (интенсивность света). А серая

синусоида - это сумма этих трёх. Серая синусоида соответствует тому результирующему "коллективному" свету, который и поступает в наш глаз. Даже на первый взгляд видно, что этот свет - не-монохроматический.



Эта схема более-менее понятна. А где на практике мы с ней встречаемся? Пример, который у нас постоянно перед глазами - экран компьютерного монитора или мобильного телефона. Экран монитора состоит из большого количества зёрнышек - пикселей. В экране монитора, на котором я пишу этот текст,  $2.560 \times 1.440 = 3.686.400$

пикселей. Каждый пиксель состоит из трёх маасеньких светодиодов-источников света: красного, зелёного и синего. И каждый из этих светодиодиков может светиться 256-ю уровнями яркости. Что позволяет воспроизводить  $256 \times 256 \times 256 \approx 16.000.000$  цветов и оттенков. Этого вполне достаточно - глаз больше и не различает.

Светодиодики каждого пикселя являются источниками света, который непосредственно попадает нам в глаз. При этом действует схема аддитивного смешения цветов. У этой схемы есть даже своя "арифметика цветов", которая выражается вот такой картинкой. Мы же помним, что при соединении разложенного в спектр белого цвета получается снова белый свет.



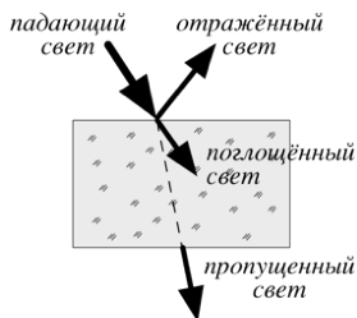
<sup>6</sup> Я говорю это немного упрощённо, но суть остаётся верна.

## 2) Отраженный свет - субтрактивное смешение цветов

Вопрос: а почему мы видим вот этот мячик зелёным? Вопрос глуповатый только на первый взгляд. А ответ "потому, что он покрашен зелёной краской" глуповат и на второй и на третий взгляд.



А давайте спросим себя: "Если в комнате потушить свет и в ней станет совершенно темно, то мячик какого цвета мы увидим?" Правильно - мы вообще не увидим мячика. Откуда появляется мысль, что мы видим мячик в отражённом внешнем свете. Но на мячик падает дневной солнечный свет. А он, как мы уже знаем, - почти белый. То есть содержит в себе волны всего видимого спектра (все цвета). Значит что-то происходит при падении белого света на поверхность зелёного мячика и при его отражении нам в глаз. Точно!

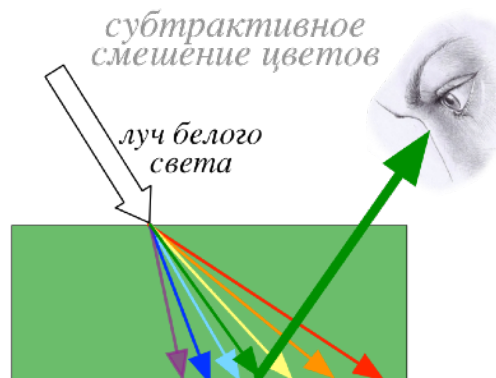


Свет, падающий на предмет, с этим предметом взаимодействует. Взаимодействие это выражается в трёх явлениях: отражении, поглощении и пропускании.

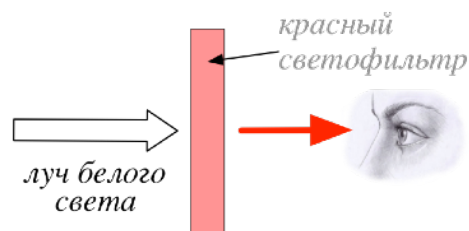
Тела, у которых отражение велико по сравнению с поглощением и пропусканием мы воспринимаем как зеркальные. Тела, у которых пропускание велико по сравнению с поглощением и отражением мы воспринимаем как прозрачные. Тела, у которых поглощение велико по сравнению с отражением и пропусканием мы воспринимаем как чёрные (в физике даже есть понятие "абсолютно чёрного тела" - тела, которое поглощает все электромагнитные волны на него падающие).

Так что же происходит с мячиком-то? На зелёную поверхность мячика падает белый свет. Мячик непрозрачный, поэтому пропускания света не происходит. Какая-то часть белого света отражается от поверхности (порядка 5%).

Основной падающий свет поглощается. Поглотив белый свет, зелёная поверхность мячика переиспускает свет наружу (работают физические процессы на атомарно-молекулярном уровне). Но потому-то поверхность мячика мы и называем зелёной, что она переиспускает из всего поглощённого только зелёный свет. Остальные цвета не переиспускаются - они полностью поглощаются и как-бы вычитаются из состава падающего белого света. Отсюда и название - **субтрактивный ("вычитательный") метод смешения цветов**.



При наблюдении отраженного от окрашенной поверхности света работает субтрактивный метод смешения цветов: окрашенная поверхность "вычитает" из падающего света все цвета, кроме её собственного. Этот же метод работает и при прохождении света через светофильтр: светофильтр "вычитает" из падающего света все цвета, кроме его собственного.



Поэтому всё, что мы видим в отражённом свете (а это подавляющее большинство объектов в окружающем нас мире) описывается субтрактивным методом смешения цветов. Картины художников, печатная продукция, цвет проезжающих машин, и пр. и пр.

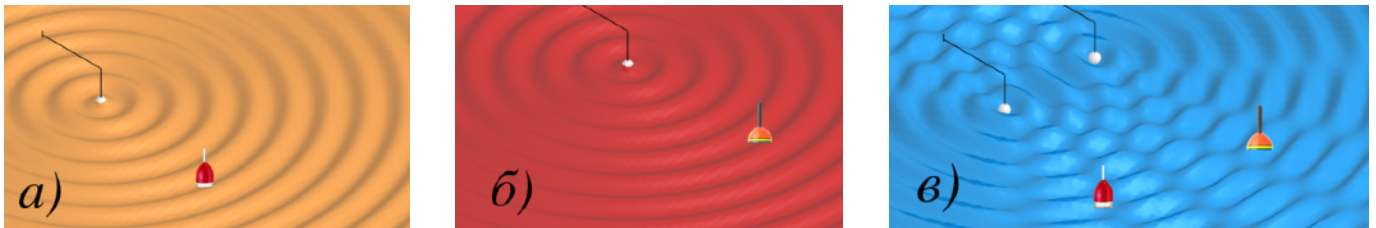
И у субтрактивного метода есть своя "арифметика цветов", выражающаяся картинкой. Чем она отличается от картинке аддитивного метода? При субтрактивном методе смешение красного, зелёного и синего цветов даёт чёрный цвет (а не белый, как при аддитивном методе). Ну оно и понятно: если смешать все краски на палитре художника, то они будут поглощать все цвета из спектра падающего белого света. И никакой свет не переиспустится - а это и есть чёрный свет.



## ➔ Интерференция

"Interference" - это наложение, взаимодействие.

Сразу приведу понятный пример, а уж потом будем разбираться.



Вот поверхность воды. На рисуночке а) белый шарик создаёт волну, колеблясь в вертикальной плоскости. Волны - радиальные. И на этих волнах качается поплавоч. На рисуночке б) другой белый шарик создаёт радиальную волну, на которой качается другой поплавоч. А на рисуночке в) оба белых шарика одновременно создают каждый свою радиальную волну. И эти волны на поверхности воды взаимодействуют, накладываясь друг на друга. И поплавочки качаются уже на волне, являющейся результатом такого наложения. Всё просто и понятно - мы не раз видели подобную картину на поверхности воды (бросить одновременно в воду два камня и наблюдать за красотой расходящихся налагающихся волн - любимое занятие в моём детстве).

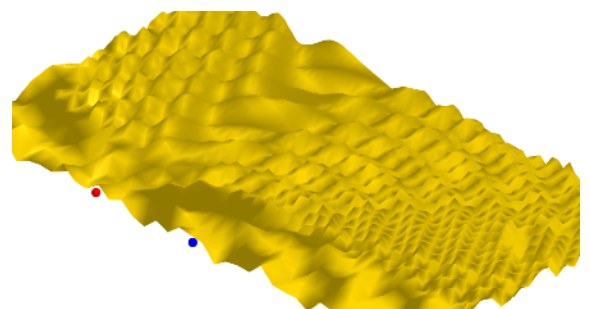
Так это и есть интерференция - взаимодействие, наложение волн. Она характерна для волн любой природы: звуковых волн, волн на поверхности воды, электромагнитных волн и др. Всё в нашем мире взаимодействует - волны тоже.



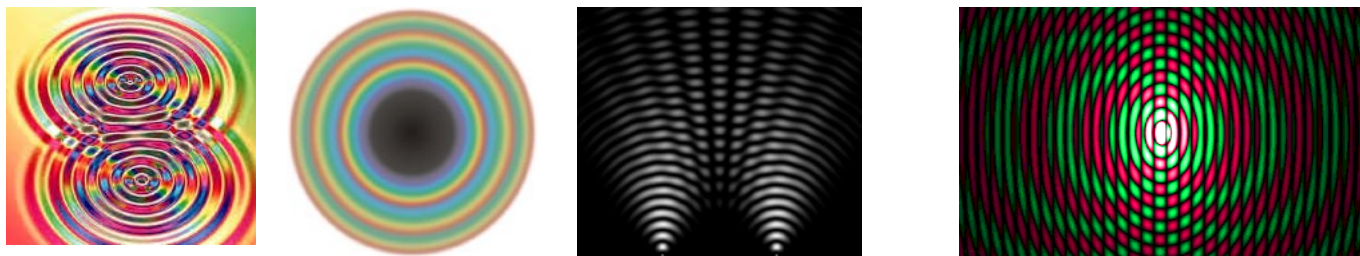
Вот общее определение: *Интерференция* - сложение в пространстве двух (или нескольких) волн, при котором в разных его точках получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

А почему мы говорим о сложении при взаимодействии волн (а не умножении или делении)? Да потому, что для описания взаимодействия волн (механических и электромагнитных) применим принцип суперпозиций. А принцип суперпозиций - это сложение.

С помощью графической программы математического моделирования Geogebra я смоделировал результат взаимодействия двух волн от двух точечных источников на поверхности воды. Амплитуды волн каждого из источников одинаковы, начальная фаза одинакова, а вот частота одной в три раза больше частоты другой. Полученная интерференционная картина нерегулярна и особого физического интереса не представляет. Ну взаимодействуют две волны, ну и что?

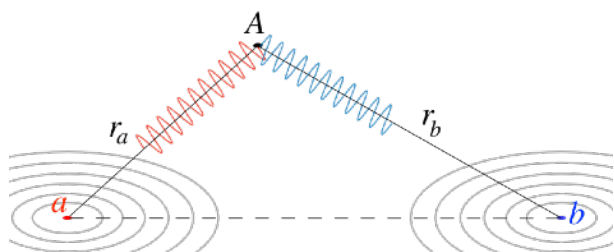


А вот такими интерференционными картинами физики интересуются.



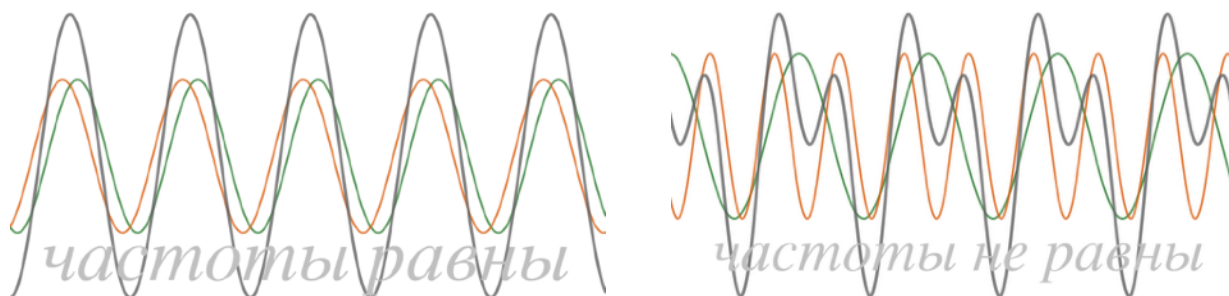
Эти интерференционные картины регулярны и устойчивы. Устойчивы - значит не изменяются хаотически во времени.

! Устойчивую интерференционную картину можно получить только от когерентных источников. Напомню: два источника когерентны, если испускаемые ими волны имеют одинаковую частоту (длину волны) и постоянную разность фаз.



Ну вот посмотрите. Есть у нас два точечных источника волн:  $a$  и  $b$ . Каждый из них испускает гармоническую волну (синусоиду). Начальную фазу  $\varphi_0$  положим для простоты равной нулю у обоих. Рассмотрим что происходит в некоторой точке  $A$  в результате интерференции двух волн от источников.

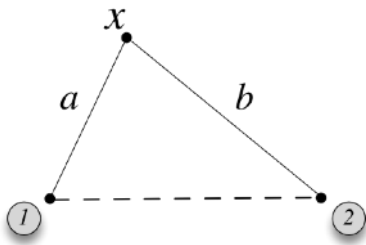
В точку  $A$  приходят синусоиды от обоих источников. И их действие суммируется. Если частоты (длины волн) этих синусоид одинаковы, то результат - гармоническое колебание (что соответствует монохроматическому свету в оптике) - интерференционная картина в точке  $A$  устойчива. Если частоты (длины волн) этих синусоид не равны, то результат - негармоническое колебание и неустойчивая интерференционная картина.



Тем самым мы подтвердили идею о необходимости когерентности источников. Но пойдём дальше.

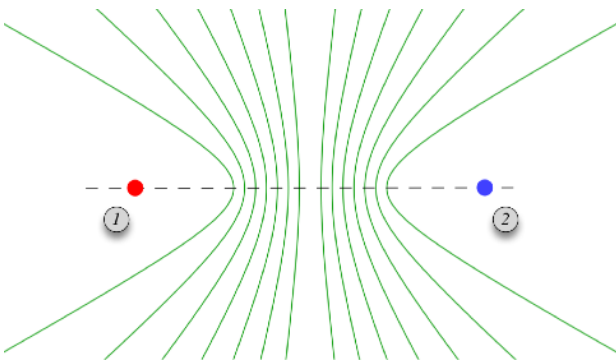
Попадая в точку  $A$ , синусоиды от обоих источников прошли разный путь: от источника  $a$  этот путь равен  $r_a$ , а от источника  $b$  равен  $r_b$ . Мы уже сказали (и объяснили почему), что нас интересуют только когерентные источники (имеющие одинаковую частоту (длину волны) и постоянную разность фаз). Из этих условий очевиден довольно простой и очень важный вывод: если величина  $\Delta = r_b - r_a$  (эту величину называют *разностью хода волн*) кратна длине волны, то *обе синусоиды придут в точку  $A$  в одинаковой фазе*. То есть во всех точках, в которых разность хода волн  $\Delta$  будет кратна длине волны (или математически это можно записать как  $\Delta = k \cdot \lambda$ , где  $k$  - целое число), в них исходные волны будут приходить в одной и той же фазе.  *$A$  значит и у результирующей волны во всех этих точках будет одна и та же фаза!*





Тут бы можно поставить точку и идти дальше, но хочу дать пищу для размышлений вдумчивым читателям. Геометрический вопрос. Пусть у нас есть две точки: 1 и 2. Существует ли геометрическое место точек (ГМТ), такое, чтобы разность расстояний между каждой из них и данной точкой было постоянно? На математическом языке:  $\Delta = b - a = k \cdot \lambda$  для каждого целого  $k$ .

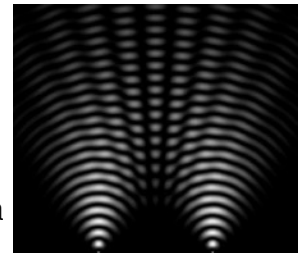
В лоб ответить на этот вопрос трудновато. Но если вспомнить то, что я рассказывал в Истории про Конические сечения (опять Конические сечения!), то такое ГМТ сразу приходит на ум: *гипербола - это ГМТ, для которых абсолютное значение разности расстояний до двух выделенных точек (фокусов) постоянно.*



Ух ты, как интересно! Вот на рисунке я изобразил несколько гипербол (каждая гипербола соответствует своему целому значению  $k$ ), каждая из которых объединяет все точки с одинаковыми фазами результирующей волны. В фокусах этих гипербол находятся наши источники. Надо, конечно, понимать, что разностей фаз бесконечно много и гипербол можно построить столько же. Но главное то, что все одинаковые фазы (а среди них - и минимумы и максимумы) результирующей волны будут

располагаться на группе гипербол, удовлетворяющих условию  $\Delta = b - a = k \cdot \lambda$ .

Мы по сути показали как будет выглядеть интерференционная картина наложения волн от двух разнесённых когерентных источников. А вот и подтверждающая картинка.

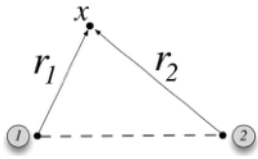
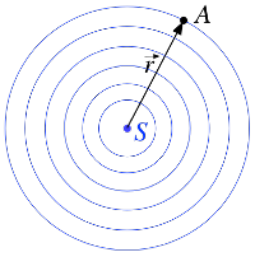


Но! Но я не уточнил одну важную деталь: ГМТ с одинаковой фазой результирующей волны будут выглядеть в виде семейства гипербол только тогда, когда расстояние между источниками колебаний достаточно велико (по сравнению с длиной волны). Если мы начнём сближать источники, то в какой-то момент ГМТ с одинаковой фазой превратятся в семейство парабол; сближая больше, мы получим семейство эллипсов. И в предельном случае (когда положения источников совпадут) ГМТ с одинаковой фазой превратятся в семейство концентрических окружностей. Это всё очень легко показать, пользуясь каноническими уравнениями гиперболы, параболы, эллипса и окружности.

*Вот почему я в своё время написал отдельную Историю про Конические сечения: гипербола, парабола, эллипс и окружность так часто и неожиданно появляются в физике, что знать и понимать эти чудесные кривые просто необходимо.*

А теперь, когда мы поняли, что 1) в результате интерференции волн от двух когерентных источников мы получаем монохроматическую волну и 2) точки с одинаковыми фазами результирующей волны располагаются на гиперболах, параболах, эллипсах или окружностях (в зависимости от расстояния между источниками), то хочется получить ответ вот на какой вопрос: а где располагаются максимумы и минимумы результирующей волны? Ведь максимумы и минимумы волн лучше всего наблюдаемы.





Для ответа на этот важный вопрос нам надо немного поработать с формулами. Не пугайтесь - это не больно! Монохроматическая волна, распространяющаяся от источника  $S$  в направлении радиус-вектора  $\vec{r}$  к точке  $A$ , описывается уравнением  $E = E_0 \cdot \cos(\omega t - kr)$ , где  $E$  - волновой параметр (для световой волны это - напряженность электрического поля),  $E_0$  - его амплитуда,  $\omega$  - круговая частота

( $\omega = 2\pi \cdot f$ ,  $f$  - частота волны),  $k$  - волновое число ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  - длина волны).

В этом уравнении есть пространственная переменная  $r$  (описывающая распространение волны) и временная переменная  $t$  (описывающая колебание).

Тогда в точке  $x$  результирующую волну можно описать так

$$E = E_1 \cdot \cos(\omega t - kr_1) + E_2 \cdot \cos(\omega t - kr_2).$$

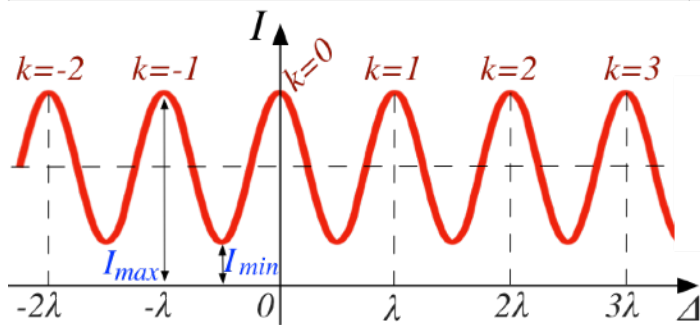
Но сама величина  $E$  для наблюдения очень неудобна. В случае световой волны  $E$  - это напряженность электрического поля. Ни наш глаз, ни какой другой физический прибор не могут наблюдать быстрые изменения напряженности электрического поля. Но что могут наблюдать наши глаза и физические приборы, так это *энергетическую характеристику*, называемую *интенсивностью*, пропорциональную квадрату напряженности электрического поля. Такую интенсивность в точке  $x$  можно записать как:

$I = (E_1 \cdot \cos(\omega t - kr_1) + E_2 \cdot \cos(\omega t - kr_2))^2$ . Путём несложных тригонометрических преобразований получаем выражение для интенсивности результирующего колебания

$I = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(k \cdot \Delta)$ , где  $\Delta = r_2 - r_1$  - знакомая нам уже разность хода волн. Или, подставляя  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ :  $I = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta)$ .

А вот эту формулу уже легко анализировать на максимумы и минимумы.

Интерференционный максимум (яркая полоса)	Интерференционный минимум (темная полоса)
достигается при $\cos(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta) = 1$ или $\Delta = k \cdot \lambda$ ( $k$ - целое)	достигается при $\cos(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta) = -1$ или $\Delta = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$ ( $k$ - целое)
Величина интенсивности: $I_{max} = (E_1 + E_2)^2$	Величина интенсивности: $I_{min} = (E_1 - E_2)^2$



На рисунке показано распределение интенсивности в интерференционной картине в зависимости от разности хода волн  $\Delta$ .

В частности, если интенсивности обеих интерферирующих волн одинаковы (их амплитуды равны:  $E_1 = E_2 = E_0$ ) то

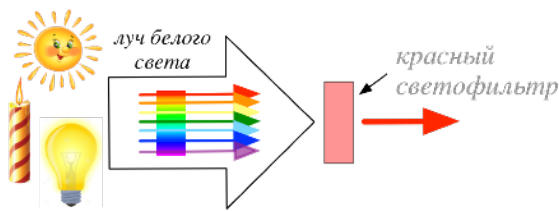
выражение для интенсивности результирующего колебания приобретает вид:

$$I = 2E_0^2 \cdot (1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta)) \text{ и } I_{max} = 4E_0^2 \text{ и } I_{min} = 0.$$

Все вышеприведенные рассуждения и формулы являются универсальными. Они применимы к любой интерференционной схеме, в которой происходит сложение двух монохроматических волн одной и той же частоты: и для акустических волн, и для волн на поверхности воды, и для волн света.

Но наша История - про Оптику. Поэтому переходим к *оптической интерференции*. Кстати, аддитивное смешение цветов, о котором мы говорили чуть выше - это тоже интерференция в общем смысле.

Итак, что нам нужно для того, чтобы *получить устойчивую оптическую интерференционную картину*? Из всего того, что говорено выше, следует: нужны как минимум два когерентных источника света. То есть нужны два источника одного и того же монохроматического света. Как их получить? На первый взгляд это сделать довольно просто. Берём, например, красный светофильтр и выделяем из луча белого света только луч красного света. А другим красным светофильтром получаем второй луч красного света. Но в реальности всё не так просто. И вот почему.

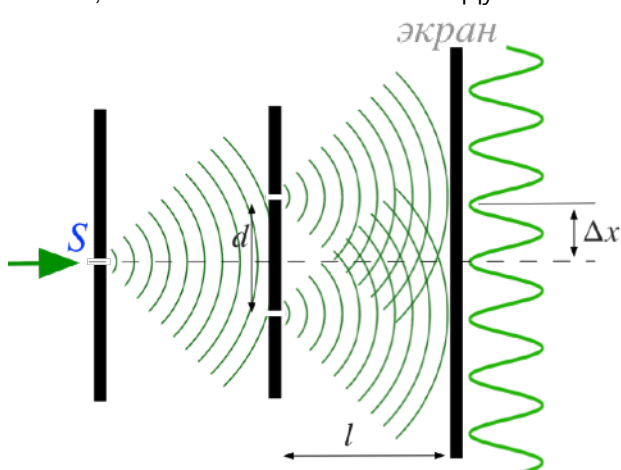


Свет испускается атомами (атомами горячего газа Солнца, атомами горячего газа горячей свечи, атомами вольфрамовой нити лампочки накаливания и т.д.). Атомы испускают свет короткими "пакетами" - продолжительность такого "пакета" менее  $10^{-8}$  секунды. И фазы этих "пакетов" хаотически меняются. Поэтому ни о какой когерентности (а когерентность подразумевает постоянство разности фаз волн от источников) речи быть не может. Вот почему мы не наблюдаем интерференционной картины при освещении чего-либо двумя лампочками.

Как быть? Как получить два когерентных луча света? Как я говорил выше, два когерентных луча света можно получить с помощью лазеров. Но это уж очень сложный и дорогой способ.

Проще всего использовать вот какой приём. Он состоит в том, что интерферируют части *одной и той же волны*, идущие от *одного* источника и достигающие точки наблюдения по разным путям, благодаря чему между ними возникает *разность хода*. Когерентность обеспечивается тем, что обе интерферирующие волны одновременно испускаются *одним* источником.

Первым, кто понял, что нельзя наблюдать интерференцию при сложении волн от двух независимых источников, был английский физик *Томас Юнг*. Рассмотрим его классический опыт, поставленный в 1803 году.

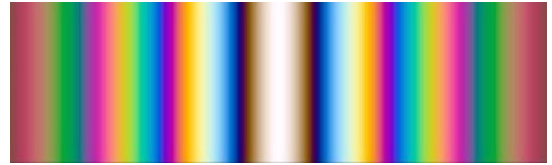


Монохроматический свет проходит через узкую щель  $S$ . Затем он проходит через две достаточно близко расположенные узкие щели. Расстояние между ними равно  $d$ . Эти узкие щели являются точечными когерентными источниками света. Волны света от этих двух источников интерферируют и на экране видно чередование полос с максимумом и минимумом интенсивности света. Экран расположен на расстоянии  $l$  от щелей, причем  $l \gg d$ .

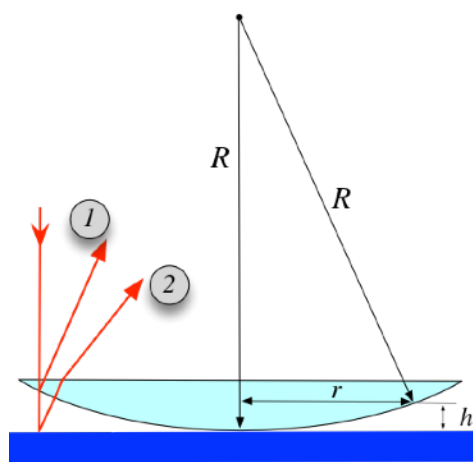
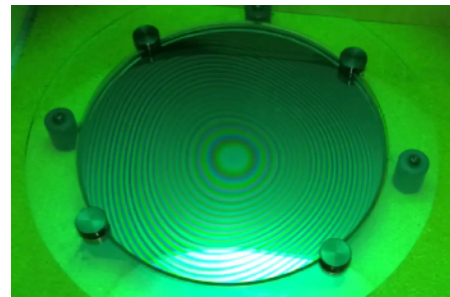
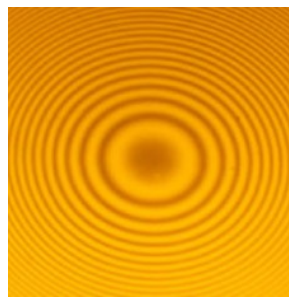
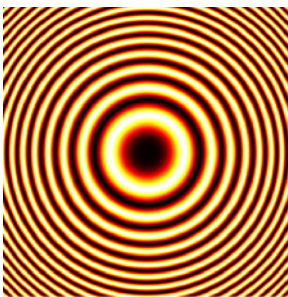
К этому опыту полностью применимы интерференционные расчёты, о которых мы говорили выше. Максимумы интенсивности будут наблюдаться при  $x_{max} = \pm k \frac{l}{d} \lambda$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ), минимумы - при  $x_{min} = \pm (k + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda$ . Расстояние между соседними максимумами (или минимумами) равно  $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$  и не зависит от порядка интерференции (величины  $k$ ) и является постоянной для данных  $l$  и  $d$ . Измерив  $\Delta x$ , можно вычислить длину волны  $\lambda$ .

Если же в опыте Юнга использовать не монохроматический свет, а обыкновенный белый, то интерференционная картина будет иметь вид:

Очевидно, что она состоит из наложения интерференционных картин отдельных цветов.



А вот ещё одна известная устойчивая интерференционная картина, называемая *кольца Ньютона*.



Исаак Ньютон наблюдал её вот в такой ситуации: на толстой стеклянной пластинке лежит линза с большим радиусом кривизны. Интерференционная картина в виде колец возникает при отражении света от двух поверхностей: поверхности пластинки и внутренней поверхности линзы. Если на такую систему падает пучок монохроматического света, то световые волны (когерентные, поскольку это разделённая на две части одна волна), отражённые от этих поверхностей, интерферируют между собой. Сформированная таким образом интерференционная картина состоит из тёмного кружка и окружающих его чередующихся между собой светлых и тёмных концентрических колец.

Рассмотрим две интерферирующие волны. Их разность хода приблизительно равна удвоенной толщине  $2h$  воздушного промежутка между линзой и плоскостью. Для случая, когда радиус кривизны  $R$  линзы велик по сравнению с  $h$ , можно приближенно получить:

$h \approx \frac{r^2}{2R}$ , где  $r$  - смещение от оси симметрии. При написании выражения для разности хода

волн следует учесть, что волны 1 и 2 отражаются при разных условиях. Первая волна отражается от границы стекло-воздух, а вторая - от границы воздух-стекло. Во втором случае происходит изменение фазы колебаний отражённой волны на  $\pi$ , что эквивалентно увеличению разности хода на  $\frac{\lambda}{2}$ . Поэтому  $\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} \approx \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$ . При  $r = 0$  (в точке

соприкосновения линзы и пластинки)  $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ . Поэтому в центре колец Ньютона всегда наблюдается интерференционный минимум - темное пятно.

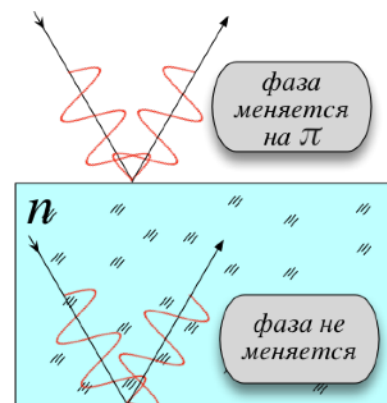
Радиус  $k$ -го светлого кольца Ньютона определяется как  $r_k = \sqrt{(k - \frac{1}{2}) \cdot \lambda \cdot R}$ ; радиус  $k$ -го тёмного кольца - как  $r_k = \sqrt{k \cdot \lambda \cdot R}$ . Кольца Ньютона используются для измерения радиусов кривизны поверхностей, длин волн света и показателей преломления.

### ■ Фаза электромагнитной волны при отражении

Вот ещё одно важное знание, которое поможет нам разобраться в интерференции.



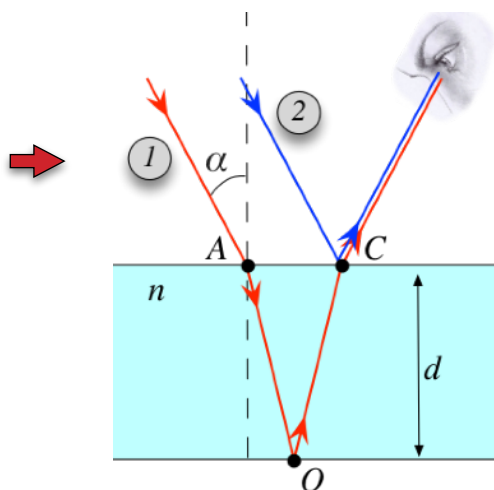
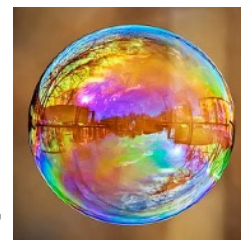
При отражении луча от среды с меньшим показателем преломления фаза колебаний волны не меняется. При отражении луча от среды с большим показателем преломления, волна меняет фазу колебаний на противоположную (на  $\pi$ ), что равносильно потере полуволны ( $\frac{\lambda}{2}$ ).



### ■ Интерференция в тонких плёнках



Думаю, что не раз в своей жизни вы наблюдали радужные разводы на поверхности мыльных пузырей и разлитого на асфальте машинного масла. Это и есть примеры интерференции в тонких плёнках. Принцип формирования устойчивой интерференционной картины такой же, что и в рассмотренных выше примерах.



На плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$  под углом  $\alpha$  падает пучок монохроматических лучей с длиной волны  $\lambda$ . Интерференционная картина в отраженном свете возникает из-за наложения двух волн, отражённых от верхней и нижней поверхностей пленки. Рассмотрим сложение волн, выходящих из точки  $C$ . Луч 2 непосредственно попадает в точку  $C$  и отражается в ней вверх под углом, равным углу падения  $\alpha$ . Луч 1 попадает в точку  $C$  так: сначала он преломляется в точке  $A$  и распространяется в пленке, затем отражается от нижней ее поверхности в точке  $O$  и, наконец, выходит, преломившись, наружу в точке  $C$  под углом, равным углу падения  $\alpha$ . Если аккуратно посчитать разность хода лучей 1 и 2 (не буду

приводить выкладки - это вы легко можете сделать сами), то получим выражение:

$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$ . Отражаясь в точке  $C$ , луч 2 меняет фазу на  $\pi$  (отражаясь от среды с большим показателем преломления), что можно учесть, вычтя из разности хода одну полуволну.

И условия максимума будет выглядеть так:  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda$  ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).



А условия минимума так:  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$ .

Таким образом, при падении света на бензиновую пленку на воде в зависимости от угла зрения и толщины пленки наблюдается радужная окраска пленки, свидетельствующая об усилении световых волн с определенными длинами  $\lambda$ . Интерференция в тонких пленках может наблюдаться не только в отраженном, но и в проходящем свете.

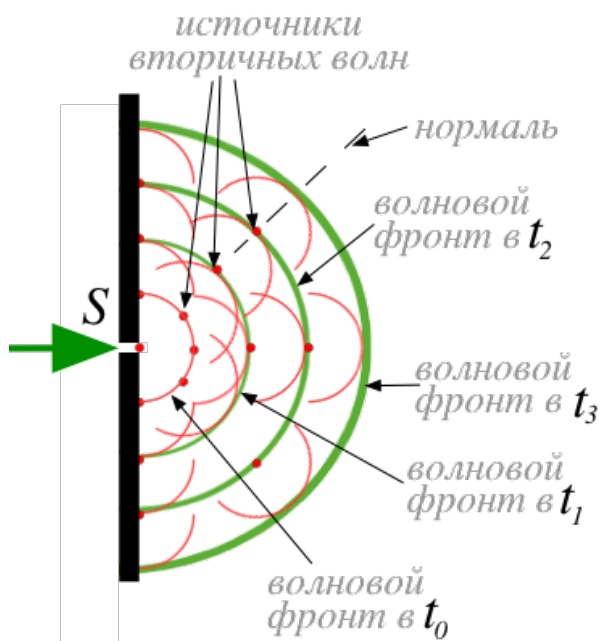
## ➔ Принцип Гюйгенса - Френеля

Основным постулатом волновой теории, описывающим и объясняющим механизм распространения волн, является принцип Гюйгенса-Френеля. Христиан Гюйгенс сформулировал его в 1678 году, а в 1815 году Огюстен Френель дополнил его принципиально важными физическими смыслами. Этот принцип описывает движение волн любого вида (звуковых, волн на поверхности вода, световых и пр.). Вот полная формулировка этого принципа:



*Любая точка, принадлежащая волновому фронту, превращается в источник вторичных волн, при этом вторичные источники являются когерентными между собой и испускаемые ими вторичные волны интерферируют. Волна, распространяющаяся от каждого вторичного источника, идет в направлении внешней нормали.*

Три ключевых слова: **вторичные**, **когерентные** и **интерферируют**.



Рассмотрим простейшую ситуацию. Пусть плоская волна монохроматического света перпендикулярно падает на узкую щель (меньше длины волны) в непрозрачном экране. Будем фиксировать через равные малые промежутки времени положения волнового фронта после прохождения светом щели.

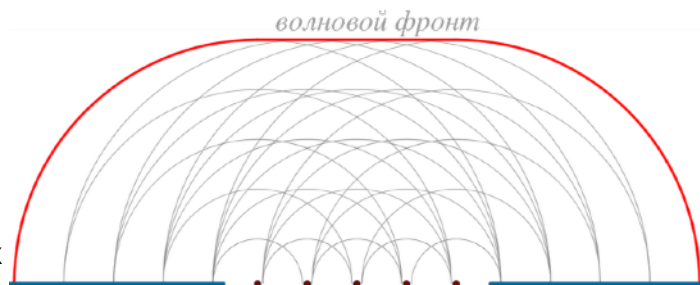
Поскольку щель узкая, то в начальный момент, когда свет только вышел из щели, эта щель является точечным источником света, испускающим сферические волны. В момент  $t_0$  сформировался фронт этой сферической волны. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля **каждая точка этого фронта** является **точечным источником вторичных когерентных волн, интерферирующих друг с другом**. Эти вторичные волны распространяются по нормали к текущему

волновому фронту. Интерференция этих вторичных волн порождает волновой фронт (как их огибающую) в момент  $t_1$ <sup>7</sup>. В свою очередь, этот фронт состоит из точек-источников новых вторичных когерентных интерферирующих волн, формирующих фронт в момент  $t_2$ . И так далее. В этом и заключается суть распространения волны.

<sup>7</sup> Эти процессы интерференции вторичных волн и порождения нового фронта непрерывны во времени, поэтому наше деление на интервалы времени весьма условно и чисто иллюстративно.



Вот чуть более сложная картина. В непрозрачном экране не узкая щель, а достаточно широкое отверстие. В момент достижения волной экрана в соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля всё отверстие можно считать набором точечных источников вторичных когерентных волн. Их интерференция формирует волновой фронт. А далее - как описано выше.



*Ещё раз повторяю: этот процесс непрерывен во времени. И именно эта непрерывная интерференция вторичных волн и приводит к распространению волны в целом.*

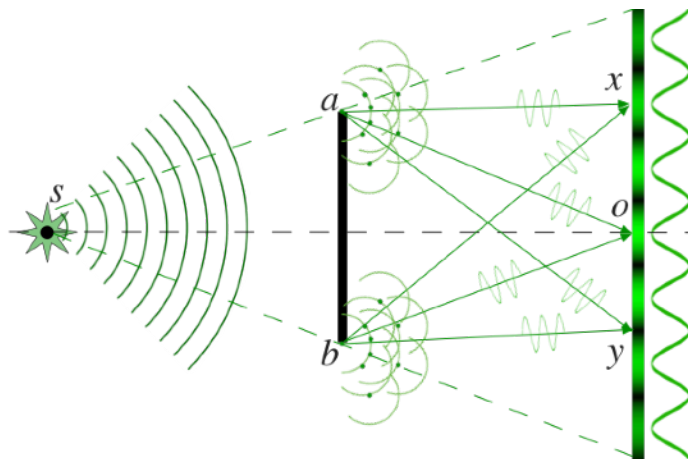
И любое другое распространение волн (огибание препятствий, дифракция) описывается с помощью принципа Гюйгенса-Френеля. Из принципа Гюйгенса-Френеля выводятся законы отражения и преломления света (которые мы получили, исходя из законов геометрической оптики).

## ➔ Дифракция света

Только с помощью принципа Гюйгенса-Френеля можно объяснить такое явление, как дифракция волн. Геометрическая оптика здесь бессильна.

Дифракция света - в узком, но наиболее употребительном смысле - огибание волнами света границы непрозрачных тел (препятствий), проникновение света в область геометрической тени. Дифракция - явление, связанное с волновой природой света: законы геометрической оптики не работают.

Огибание препятствий звуковыми волнами (дифракция звуковых волн) наблюдается нами постоянно (мы слышим звук за углом дома). Для наблюдения дифракции световых лучей нужны особые условия, это связано с малой длиной световых волн.



Вот показательный опыт. У нас есть точечный источник монохроматического света  $s$ . Между источником  $s$  и экраном располагается непрозрачный круглый экран  $ab$ . Вся система радиально-симметрична относительно оси  $so$ . Кажется бы, по законам геометрической оптики вся область экрана, затенённая непрозрачным экраном  $ab$  (геометрическая тень), должна быть тёмной. Но на самом деле она будет выглядеть так, как показано на рисунке.

Поскольку источник  $s$  - точечный, а вся система радиально-симметрична, то мы получим изображение в виде колец с чередующимися максимумами и минимумами нашего монохроматического света.

Давайте разбираться отчего так происходит. Для понимания механизма такого "кольцеобразования" нам не обойтись без принципа Гюйгенса-Френеля. Нас будут интересовать лучи света, попадающие от источника  $s$  в точки  $a$  и  $b$ .

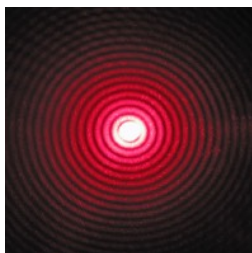


Вот световая волна попала от источника  $s$  в точку  $a$ . По принципу Гюйгенса-Френеля эта точка представима как точечный источник вторичных волн. Значит из точки  $a$  световая волна пойдёт сферическим фронтом и будет попадать в область геометрической тени. Точно то же можно сказать и про точку  $b$ : из точки  $b$  световая волна тоже пойдёт сферическим фронтом и тоже будет попадать в область геометрической тени. Но из-за симметрии системы пути  $ao$  и  $bo$ , проходимые волнами, равны. Поэтому волны из точки  $a$  и из точки  $b$  в точку  $o$  будут приходить в одной фазе и разность хода у них равна нулю. А это значит что? А это значит, что в точке  $o$  будет максимум светимости. Вот он на рисунке - яркий кружок в центре. Максимумы светимости будут и в любой точке  $x$ , для которой разность хода волн из точки  $a$  и из точки  $b$  будет кратна длине волны нашего монохроматического света. В результате чего на экране появятся кольца с максимумами светимости. А для всех точек  $y$ , таких, что разность хода волн из точки  $a$  и из точки  $b$  будет кратна полуволне (а не волне), появятся минимумы светимости. И, соответственно - тёмные кольца. Зная геометрические размеры нашей системы и длину волны, можно посчитать радиусы этих колец.

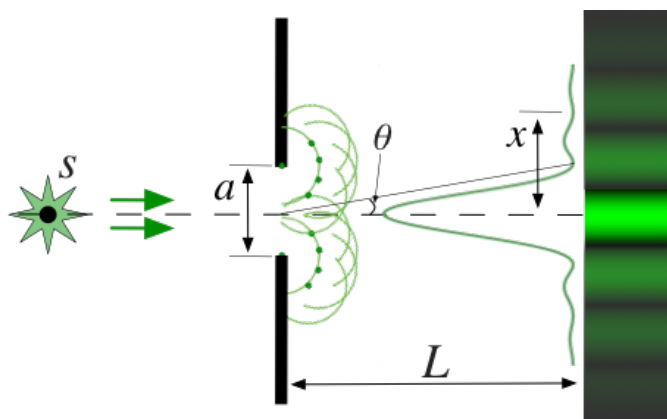
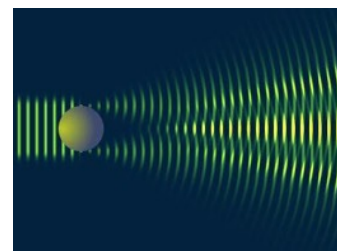


Не правда ли, как этот опыт похож на интерференционный опыт Юнга, рассмотренный выше? Эта похожесть показывает, что *интерференция и дифракция - это одно волновое явление. Ведь дифракция - это интерференция вторичных волн.*

А вот так выглядят дифракционные кольца красного луча лазера.



Любое препятствие искажает фронт распространения волны. Вот  $\Rightarrow$  показана дифракция волн, идущих слева направо. Видно, что дифракция волн практически уничтожает тень от шара, а в её центре появляется область, где интенсивность волн очень велика.

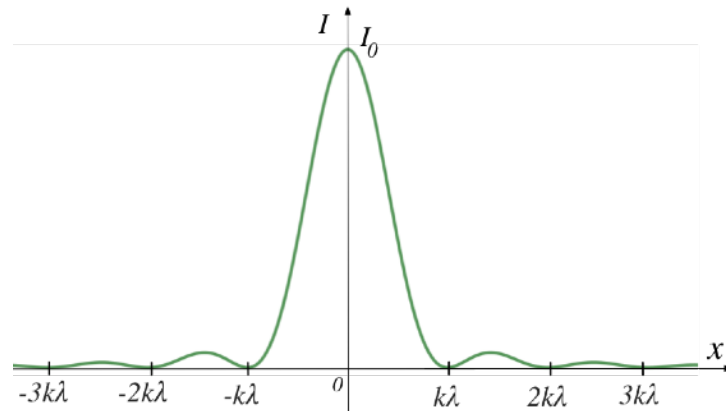


А вот ещё один важный опыт, называемый "дифракция на щели".

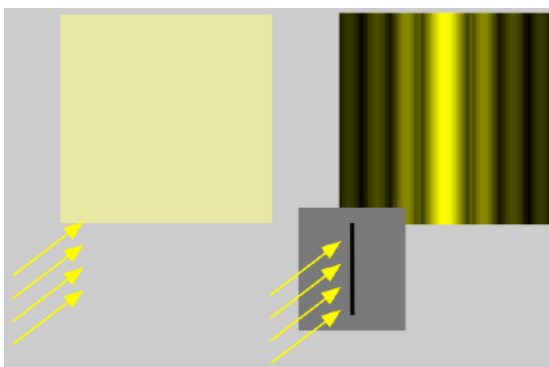
Между точечным источником монохроматического света  $s$ . Между источником  $s$  и экраном располагается непрозрачный экран с щелевым отверстием. Световые волны, пролетающие сквозь щель напрямую, образуют световое пятно на экране. К этому пятну добавляется максимум интенсивности, возникающий по принципу Гюйгенса-Френеля от интерференции

вторичных волн от краёв щели. Максимумы интенсивности более низкого порядка возникают по обоим бокам от главного максимума тоже в результате интерференции вторичных волн от краёв щели. Наблюдаются также и минимумы интенсивности. Кривая интенсивности показана на рисунке. Если расстояние  $L$  до экрана гораздо больше ширины  $a$  щели, то угол  $\theta$ , под которым виден первый дифракционный минимум, можно вычислить как  $\theta \approx \frac{\lambda}{a}$  (в радианах),  $\lambda$  - длина волны света.

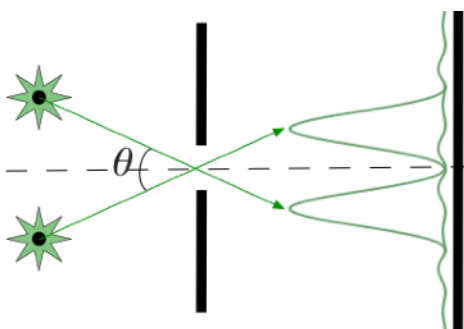
Если аккуратно посчитать распределение интенсивности результирующего света на экране, то придём к формуле:  $I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$  и выглядит это распределение вот так:



( $x$  - расстояние до щели,  $k$  - коэффициент). Детальный анализ формулы приводит ещё к одному выводу: чем шире щель, тем выше и уже становится главный максимум интенсивности. Это и понятно: с увеличением ширины щели увеличивается энергия напрямую проходящего через неё света.



Интенсивность света - это его энергетическая характеристика. Так давайте посмотрим - что же происходит при прохождении света через щель в энергетическом смысле. Если бы непрозрачного экрана с щелью не было, то падающий свет освещал бы экран равномерно. То есть энергия падающего света была бы "равномерно размазана" по всей площади экрана. Из этой "равномерно размазанной" энергии невозможно извлечь никакой информации о характеристике света. Когда же мы вводим экран с щелью, то происходит перераспределение энергии (интенсивности) результирующего света на экране. И это перераспределение уже несёт информацию о длине волны света и прочих характеристиках.



Если щель освещается двумя источниками света (например, две звезды при наблюдении неба в телескоп), то каждый из них будет создавать на экране свою дифракционную картину. Если угол, под которым видны эти источники, больше ширины центрального дифракционного максимума ( $\theta > \frac{2\lambda}{a}$ ) то на экране можно будет различить два ярких дифракционных максимума. В противном случае на экране будет только один

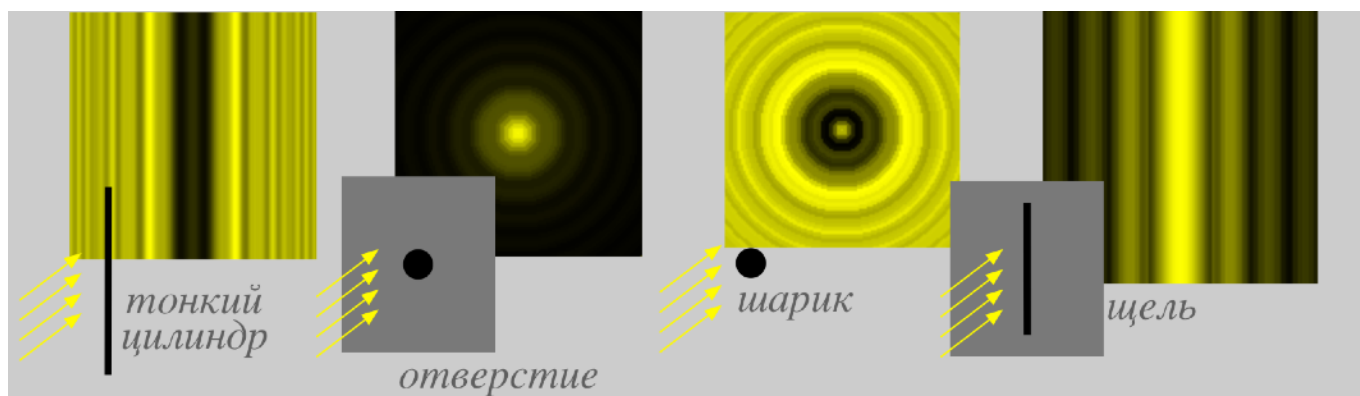
центральный максимум слегка большей интенсивности.

Таким образом, чем больше ширина щели, тем легче различить на экране близко расположенные источники света.

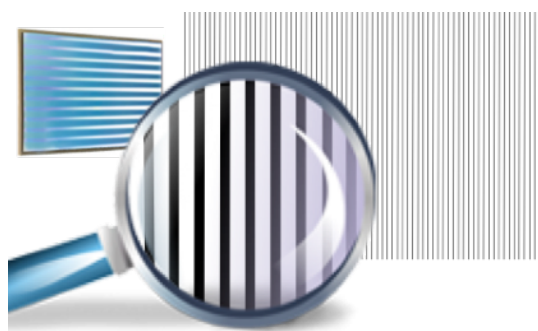
Это имеет важное значение для любого оптического прибора. Предельное угловое расстояние (*предел разрешения оптического прибора*) между светящимися точками, при котором их можно различить как отдельные, определяется как  $\theta = \frac{1,22 \cdot \lambda}{D}$  (в радианах) ( $D$  - это ширина щели или диаметр объектива любого оптического прибора). Это важно для астрономии при наблюдении в телескоп далёких звёзд: чем больше диаметр объектива телескопа, тем меньшее угловое расстояние между соседними звёздами, которое он может различить (тем более близкие звёзды он может увидеть как отдельные).

Космический телескоп Хаббл имеет зеркало диаметром  $D = 2,40$  м и на длине волны  $\lambda = 550$  нм способен различать две звезды, находящиеся на угловом расстоянии  $\theta = 2,8 \cdot 10^{-7}$  рад. Все сказанное применимо и к невооруженному глазу. Глаз при рассматривании удаленных предметов действует так же, как и объектив телескопа. Роль  $D$  играет диаметр зрачка глаза. Полагая  $D = 3$  мм,  $\lambda = 550$  нм, предельное угловое разрешение глаза составит примерно одну угловую минуту.

Взгляните на дифракционные картины, возникающие при разных препятствиях для света.

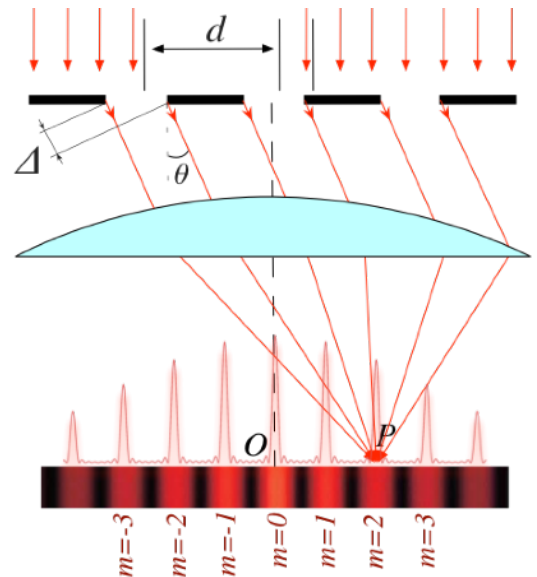


А если много щелей соединить вместе, то получим дифракционную решётку. *Дифракционная решётка* - спектральный прибор<sup>8</sup>, представляющий собой прозрачную пластинку, на которую через одинаковое расстояние  $d$  (период решётки) нанесены параллельные штрихи. У хороших решеток параллельные друг другу штрихи имеют длину порядка 10 см, а на каждый миллиметр приходится до 3600 штрихов.

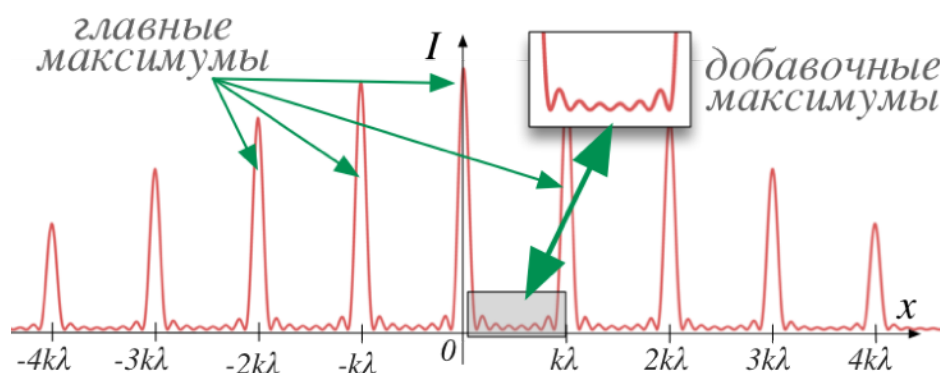


<sup>8</sup> Спектральный прибор - это прибор, с помощью которого исследуются спектры излучения источников. Стекла́нная призма, разлагающая белый свет в спектр, тоже является спектральным прибором.

На решетку направляется параллельный пучок исследуемого света. Наблюдение ведется в фокальной плоскости линзы, установленной за решеткой. В каждой точке  $P$  на экране в фокальной плоскости линзы соберутся лучи, которые до линзы были параллельны между собой и распространялись под определенным углом  $\theta$  к направлению падающей волны. Колебание в точке  $P$  является результатом интерференции вторичных волн, приходящих в эту точку от разных щелей. Для того, чтобы в точке  $P$  наблюдался интерференционный максимум, разность хода  $\Delta$  между волнами, испущенными соседними щелями, должна быть равна целому числу длин волн:  $\Delta = d \cdot \sin\theta_m = m \cdot \lambda$  ( $d$  - период решётки,  $m$  - целое - порядок дифракционного максимума).



А как выглядит распределение интенсивности результирующего света на экране? Можно ли рассматривать дифракционную решётку как простую сумму смещённых по оси отдельных щелей и просто суммировать интенсивности? Нет, не всё так просто. Аккуратный расчёт распределения интенсивности результирующего света на экране для дифракционной решётки даёт формулу:  $I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(Nx)}{\sin x}\right)^2$ , где  $N$  - число штрихов на дифракционной решётке. И график этого распределения выглядит так:



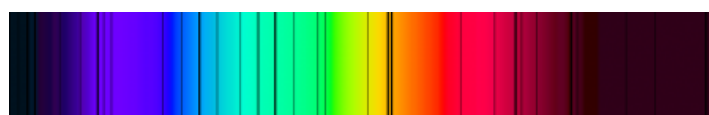
Главные максимумы в этом распределении соответствуют смещённым по оси максимумам отдельных щелей. Но помимо главных максимумов есть и дополнительные. Они возникают от интерференции вторичных волн от всех щелей вместе взятых. И эти добавочные максимумы несут в себе тонкую информацию о составе падающего света.

Дифракционная решётка, так же как и простая щель, перераспределяет энергию (интенсивность) результирующего света на экране.

В случае монохроматического падающего света мы увидим уже знакомые нам монохроматические максимумы и минимумы интенсивности.



Если на решётку направить немонохроматический свет, то мы увидим наложение интерференционных картин разных цветов в виде спектра.





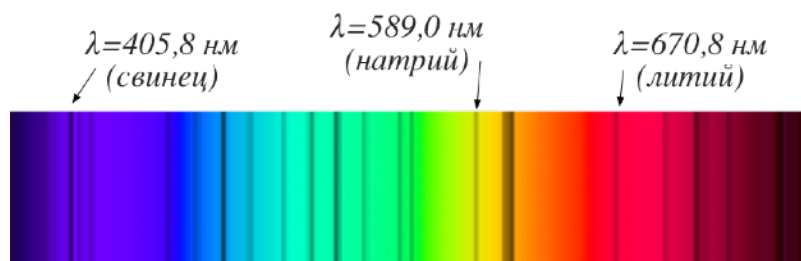
Дифракционные решётки бывают двух видов:

- отражательные: штрихи нанесены на зеркальную (металлическую) поверхность, и наблюдение ведётся в отражённом свете;
- прозрачные: штрихи нанесены на прозрачную поверхность, наблюдение ведётся в проходящем свете.

Понятно, что по виду дифракционной картины можно определить длину волны света. А как ещё используют дифракционные решётки?

В астрономии дифракционные решётки позволяют определять химический состав далёких звёзд<sup>9</sup>. Как? К телескопу добавляют дифракционную решётку и получают дифракционную картину света от далёкой звезды. Затем эту картину анализируют методами *спектрального анализа*. Звезда имеет высокую температуру поверхности и все её составляющие химические вещества находятся в газообразном состоянии. Атомы всех веществ излучают свет. Свет от далёкой звезды и состоит из волн, испускаемых атомами. Набор длин волн излучения для атома каждого химического вещества уникален и давно известен. Вот, например:

Вот представьте, мы получили дифракционную картинку света от далёкой звезды.



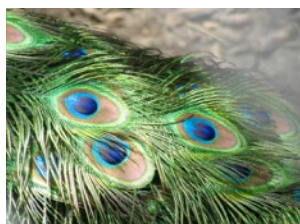
	$\lambda$ , нм		$\lambda$ , нм
Литий	670,8	Свинец	405,8
Натрий	589,0	Медь	324,8
Барий	455,4	Железо	372,0
Фосфор	214,9	Никель	341,5

Чёрные чёрточки говорят о том, что свет данной длины волны отсутствует в спектре (на эту длину волны приходится минимум). А это значит, что в составе звёзд нет соответствующего химического вещества. Для примера на картинке: нет свинца, натрия и лития. А что есть? А тут надо разбираться с интенсивностями цветов в различных комбинациях. Этот процесс выполняют спектро-анализаторские программы. В итоге мы получим не только информацию "чего нет" и "чего есть", но и процентный состав вещества звезды.

=====



Явления дифракции и интерференции света помогают природе раскрашивать всё живое, не прибегая к использованию красителей.



Знакомый всем нам компакт-диск, переливающийся всеми цветами радуги, тоже является по сути отражательной дифракционной решёткой: концентрические дорожки для записи информации на нём являются штрихами, на которых дифрагирует падающий свет.

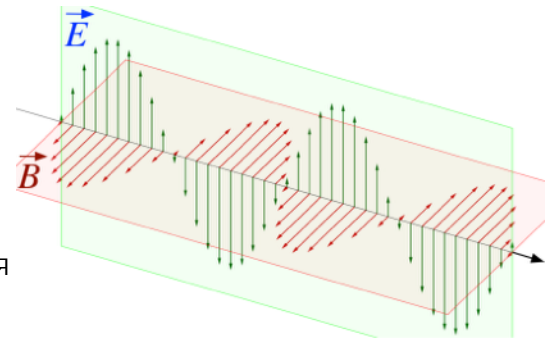


Дифракционные решетки широко применяются в различных оптических устройствах: спектральных приборах для получения монохроматического света, в качестве оптических датчиков перемещений, в качестве измерителей длин волн света.

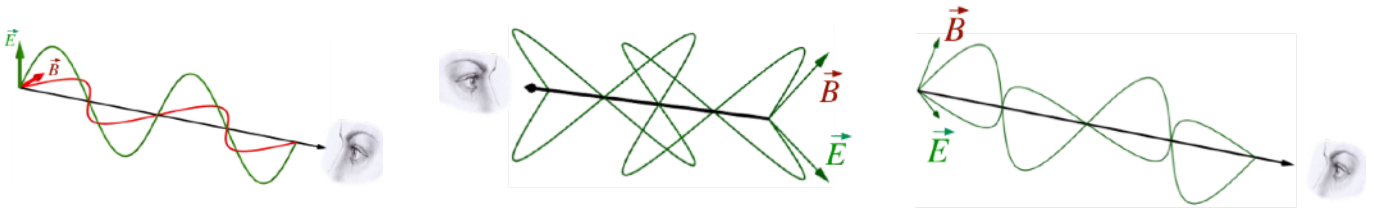
<sup>9</sup> Эти методы используются не только в астрономии, но и в химии, геологии, металлургии.

## ➔ Поляризация света

Световые волны - это *поперечные волны*: колебания векторов напряженности электрического и индукции магнитного полей происходят в направлении, перпендикулярном к направлению движения волны.



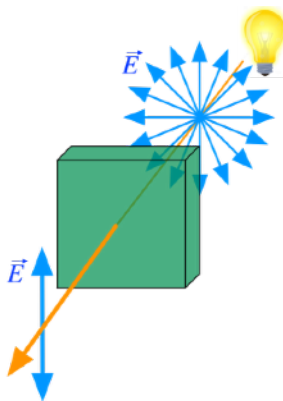
Мы говорили также, что естественный свет испускается атомами (атомами горячего газа Солнца, атомами вольфрамовой нити лампочки накаливания и т.д. - и атомов этих много). И углы поворота плоскостей электрического и магнитного полей относительно направления распространения волны<sup>10</sup> получаются самыми разнообразными.



Поэтому говорят, что *естественный свет является неполяризованным* - в нём возможны все направления вектора напряженности электрического поля световой волны.

В противоположность этому, *поляризованный свет* - свет, в котором присутствует только одно направление вектора напряженности.

*Поляризация света* (как свойство) - свойство света, в результате которого вектор напряженности электрического поля световой волны может ориентироваться в разных направлениях относительно направления распространения. Поляризация - это свойство поперечных волн.



*Поляризация света* (как процесс) - это выделение из естественного света лучей с определенной ориентацией вектора напряженности электрического поля световой волны.

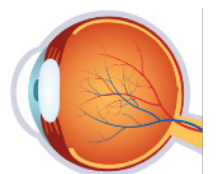
Часто и давно применяется в качестве "поляризатора" природный кристалл турмалина (а также некоторые виды кварца). В кристалле турмалина есть выделенные направления (оси поляризации), которые и обеспечивают поляризующий эффект. Поляризатор "отсекает" ненужные направления колебаний, оставляя одно. На выходе получаем *линейно поляризованный свет* (световую волну, у которой плоскость колебаний вектора напряженности электрического поля фиксирована).



*Если хорошо подумать, то становится понятным эффект: две линейно поляризованные под прямым углом друг к другу волны не интерферируют. (Подумайте сами. Подсказка: принцип суперпозиций).*

Поляризованный свет широко используется на практике: в 3D-кинематографе (технология IMAX - поляризация используется для разделения изображений, предназначенных правому и левому глазу для создания стереоэффекта), в фототехнике, в различных методах измерений.

Как наш глаз воспринимает неполяризованный и поляризованный свет? На сетчатке нашего глаза располагается множество рецепторов,



<sup>10</sup> А если уж быть совсем точным - то относительно нашего глаза или принимающего свет прибора.

воспринимающих "картинку" окружающего мира. Эти рецепторы (они обладают небольшим электрическим зарядом) особо чувствительны к вертикально поляризованному свету. При больших амплитудах (интенсивности света) вертикально ориентированное электрическое поле попадающего в глаз света заставляет эти рецепторы сильно колебаться, что приводит к дискомфортным ощущениям. Мы долго не можем смотреть на солнце именно поэтому: в неполяризованном солнечном свете присутствует вертикально поляризованный свет. Вот он-то и слепит нас.

Как быть? Спасают солнечные поляризационные очки. Они выполняют две функции: ослабляют интенсивность света и пропускают не-вертикально поляризованный свет. Поэтому и автомобилистам рекомендуют в тёмное время надевать поляризационные очки - чтобы свет фар (неполяризованный) встречных машин не слепил глаза.

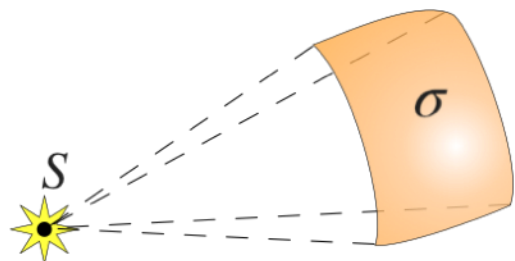


## ➔ Фотометрия

В предыдущих разделах, касающихся волновой оптики, было мало формул. Мы, в основном, описывали оптические явления и рассуждали о них на качественном уровне. Пора перейти к формулам и поговорить на количественном уровне.

Световые волны переносят энергию. Непосредственное восприятие света обусловлено действием световой энергии, поглощённой чувствительными элементами глаза. То же имеет место и в любом приёмнике, способном реагировать на свет, например, в фотодиоде и фотопластинке. Вследствии этого измерения света сводятся к измерению световой энергии или к измерению величин, так или иначе с ней связанных.

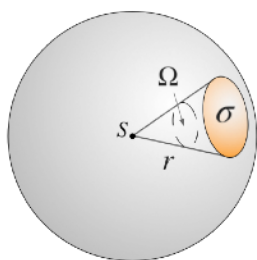
Отдел оптики, изучающий методы и приемы измерения световой энергии, называется *фотометрией*.



Выделим мысленно на пути света, распространяющегося от какого-либо источника  $S$ , небольшую площадку  $\sigma$ . Через эту площадку за время  $t$  пройдет некоторая энергия излучения  $W$ . Для того чтобы измерить эту энергию, надо представить себе эту площадку в виде пленки, покрытой веществом, полностью поглощающим всю падающую на него энергию излучения, например сажой, и измерить

поглощенную энергию по нагреванию этой пленки. Отношение  $\Phi = \frac{W}{t}$  называется

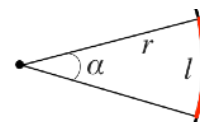
*поток<sup>11</sup> излучения* (мощностью излучения) через площадку  $\sigma$ . А мощность, переносимую световой волной через единичную площадку, называют *интенсивностью волны*. Поток излучения оценивается в обычных единицах мощности - в ваттах, а интенсивность излучения - в ваттах на квадратный метр.



Как это часто бывает в физике (точечный заряд или материальная точка), в фотометрии вводится понятие *точечный источник* - идеальный источник, размеры которого малы по сравнению с расстоянием до места наблюдения и который посылает световой поток равномерно во все стороны.

Мы знаем как определяется плоский угол в радианах:

$$\alpha = \frac{l}{r}$$



<sup>11</sup> Понятие потока мы неоднократно использовали в Историях про Электростатику и Магнетизм.

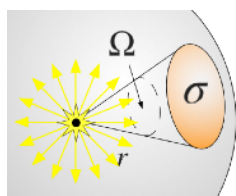
Свет переносит энергию по всем пространственным направлениям. Поэтому фотометрию нельзя свести к плоскому случаю. В ней используется "объёмный" угол, называемый **телесный угол**. Определяется он аналогично плоскому углу как отношение площади поверхности  $\sigma$ , вырезанной на сфере конусом с вершиной в точке  $S$ , к квадрату радиуса  $r$  сферы  $\Omega = \frac{\sigma}{r^2}$ . Телесный угол измеряется в **стерадианах** (пространственных радианах).

Телесный угол, охватывающий все пространство вокруг источника, равен  $4\pi$ .

Полный световой поток характеризует излучение, которое распространяется от источника по всем направлениям. Для практических же целей часто важнее знать не полный световой поток, а тот поток, который идет по определенному направлению или падает на определенную площадку.

### Основные величины в фотометрии

	Формула	Единица измерения
<b>Сила света</b> - отношение светового потока $\Phi$ , заключенного внутри телесного угла $\Omega$ , к этому углу	$I = \frac{\Phi}{\Omega}$	<b>1 кандела [кд]</b> Кандела определяется через силу света некоторого <b>эталонного источника</b> .
<b>Световой поток</b> - произведению силы света $I$ на телесный угол $\Omega$ , в котором он распространяется	$\Phi = I \cdot \Omega$	<b>1 люмен [лм]</b> - световой поток, испускаемый точечным источником с силой света в 1 кд, внутри телесного угла в 1 стерадиан.
<b>Освещенность</b> - отношение светового потока $\Phi$ , падающего на площадь $\sigma$ , к этой площади	$E = \frac{\Phi}{\sigma}$	<b>1 люкс [лк]</b> - освещенность такой поверхности, на $1 \text{ м}^2$ которой падает световой поток в 1 лм, равномерно распределенный по площадке.



1 кандела<sup>12</sup> равна силе света в заданном направлении источника, испускающего излучение частоты  $540 \cdot 10^{12}$  Гц (длина волны в вакууме 555 нм), энергетическая сила света которого в этом направлении составляет  $\frac{1}{683}$  Ватт/стерадиан.

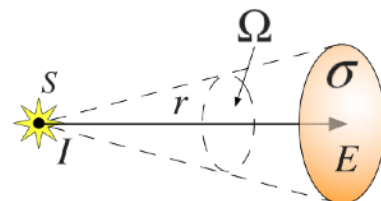
Освещенность 1 лк получается на поверхности радиуса 1 м, если в центре сферы помещен точечный источник, сила света которого равна 1 кд.

Сила света - это характеристика самого источника света. Она не зависит от положения наблюдателя. А вот световой поток и освещенность определяются и силой света источника и положением наблюдателя (через телесный угол и площадь поверхности).

### ■ Законы освещённости

Пусть точечный источник  $S$  освещает небольшую площадку  $\sigma$ , расположенную на расстоянии  $r$  от источника. Телесный угол, опирающийся на края площадки, равен  $\Omega = \frac{\sigma}{r^2}$ . Поток, посылаемый источником в этот телесный угол, обозначим через

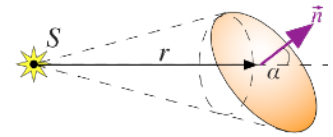
$\Phi$ . Тогда сила света вычисляется как  $I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi \cdot r^2}{\sigma}$ , а освещённость как  $E = \frac{\Phi}{\sigma}$ .



<sup>12</sup> "Кандела" - по-латински значит "свеча".

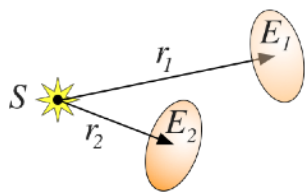
Тогда  $E = \frac{I}{r^2}$ , то есть *освещенность площадки равна силе света, деленной на квадрат расстояния до точечного источника.*

Если площадка расположена не перпендикулярно к оси потока, а повернута на угол  $\alpha$ , то освещенность площадки считается как  $E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \alpha$  (это полностью соответствует определению потока, которое мы давали в Электростатике и Магнетизме).



Сравнивая освещенности площадок, расположенных на разных расстояниях от точечного источника, найдем  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ .

Это так называемый *закон обратных квадратов*: освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния от площадки до точечного источника.

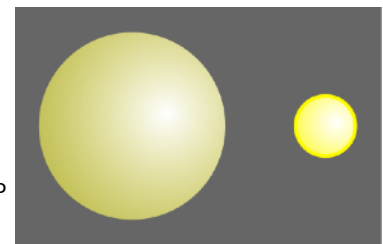


Закон обратных квадратов соблюдается вполне строго для **точечных** источников.

Приведу примеры освещенности в некоторых типичных случаях

Освещенность	ЛЮКСЫ	Освещенность	ЛЮКСЫ
под прямыми солнечными лучами в полдень (средние широты)	100 000	необходимая для чтения	30 - 50
на открытом месте в пасмурный день	1000	от полной Луны	0,2
в светлой комнате не очень далеко от окна	100	от ночного неба в безлунную ночь	0,0003
на экране кинотеатра	20 - 80		

Представим себе два светящихся шарика, испускающих свет равномерно во все стороны и имеющих одинаковую силу света, но разный диаметр. Освещенность, создаваемая каждым из этих шариков на одинаковом расстоянии от их центра, будет одинакова. Однако по своему виду эти шарики будут представлять сильно различающиеся источники света: маленький шарик оказывается более ярким, чем большой. Это происходит оттого, что при одинаковой силе света излучающая поверхность одного шарика больше, чем второго, и, следовательно, сила света, испускаемого с единицы площади источника, в том и другом случаях различна.



Если мы станем рассматривать какой-нибудь источник света с некоторого расстояния, то для нас будет иметь значение не столько реальная площадь излучающей свет поверхности, сколько видимая площадь, то есть ее размер в проекции на плоскость наблюдения, перпендикулярную направлению нашего взгляда. Чтобы наблюдателю достаточно полно охарактеризовать реальный источник света, обладающий размерами и формой, ему необходимо знать и силу света источника, и величину силы света, приходящейся на единицу площади видимой поверхности источника.

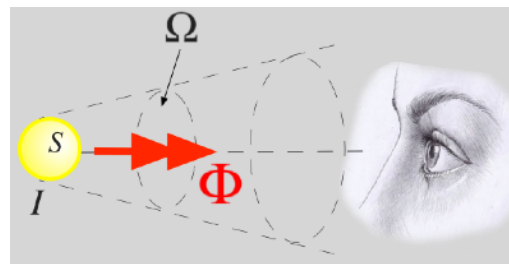


Для характеристики свойств **протяженного** источника света нужно знать силу света, рассчитанную на единицу площади видимой поверхности источника. Эта световая величина называется **яркостью источника**, обозначается как  $L$  и измеряется в канделах на

квадратный метр [кд/м<sup>2</sup>]:  $L = \frac{I}{S}$ , где  $S$  - видимая

площадь протяженного источника. Или  $L = \frac{\Phi}{\Omega \cdot S}$ :

яркость источника равна световому потоку, испускаемому с единицы площади видимой поверхности источника внутри единичного телесного угла.



Если случайно посмотреть на сварочную дугу, то в перпендикулярном разряду дуги направлении она окажется более яркой, чем при взгляде на ту же дугу сбоку. То есть яркость характеризует излучающую свет поверхность в выбранном, строго определенном направлении. Это очень важная характеристика, поскольку именно на яркость реагирует наш глаз, а вовсе не на силу света как таковую.



По действию на наши глаза источники света могут оказаться опасными. Если яркость будет выше 160.000 кандел на квадратный метр, то это вызовет болезненные ощущения в глазу.

#### Яркость некоторых источников света

Яркость	кд/м <sup>2</sup>	Яркость	кд/м <sup>2</sup>
Солнца	$1,5 \cdot 10^9$	пламени свечи	$0,5 \cdot 10^4$
сварочной дуги	$1,5 \cdot 10^9 - 1,5 \cdot 10^8$	ночного безлунного неба	$10^{-4}$
нити лампы накаливания	$2 \cdot 10^6$	наименьшая различимая глазом яркость	$10^{-6}$

### ➔ Излучение света

Ну вот, мы про свет уже знаем почти всё, кроме одной маленькой детали: а как он рождается? Мы смотрим на яркое Солнце, на расплавленный металл, на раскалённые добела угли в костре, на спирали нагревательного прибора и на ярко горящую нить лампочки накаливания и понимаем, что все эти ярко светящиеся тела очень горячие.



Свет создаётся во многих физических процессах, в которых участвуют заряженные частицы. Наиболее распространённым является **тепловое излучение**<sup>13</sup>.

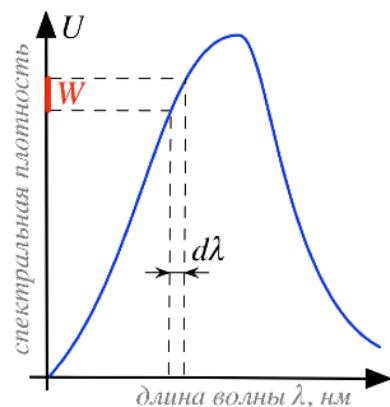
<sup>13</sup> Также свет излучается при переходах в электронных оболочках атомов и молекул с одного уровня на другой, при различного вида люминисценциях.

Тепловое излучение - электромагнитное излучение, испускаемое телами за счёт их внутренней энергии. Если тело имеет температуру больше  $0^{\circ}\text{K}$  (а тел с температурой в  $0^{\circ}\text{K}$  не бывает), то тело испускает тепловое излучение. Значит все тела испускают тепловое излучение.

Причиной этого является устройство атомов и молекул из заряженных частиц, из-за чего вещество пронизано электромагнитными полями. При хаотическом тепловом движении (колебании в кристаллической решетке) при столкновениях атомов и молекул происходит их ударное возбуждение с последующим испусканием электромагнитной волны.

В теории теплового излучения вводится понятие *абсолютно черного тела* - это такая идеальная модель всех тел, позволяющая делать точные расчёты. *Абсолютно черное тело* - это идеальный предмет, который *всё поглощает, но ничего не отражает и не рассеивает. И при этом само может излучать при нагревании.*

Солнце, звёзды и очень многие излучающие тела *хорошо описываются моделью теплового излучения абсолютно черного тела*<sup>14</sup>. У этой модели есть свои законы.



Введём важное понятие: *спектральная плотность* энергии излучения  $U$  - это энергия излучения источника в единице объема, приходящаяся на единичный интервал частот (длин волн).

Если построить график зависимости спектральной плотности  $U$  в зависимости от длины волны, то по нему можно понять какая энергия излучения  $W$  приходится на малый интервал длин волн  $d\lambda$  и как эта энергия по длинам волн распределяется.

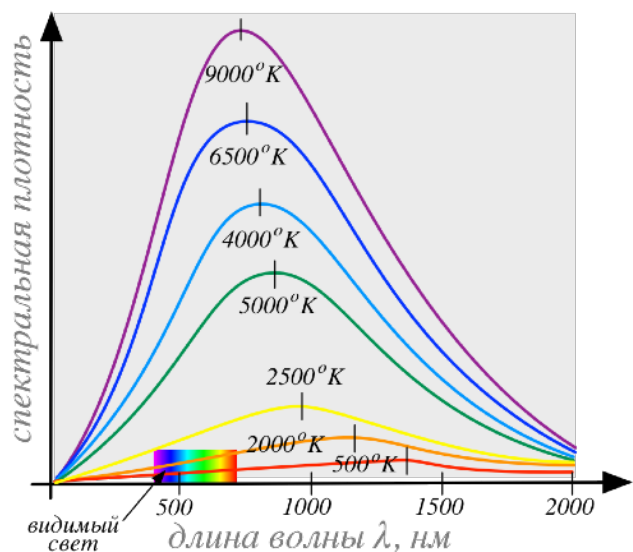
Возвращаемся к абсолютно чёрному телу<sup>15</sup>. Вот на картинке приведены графики зависимости спектральной плотности энергии излучения абсолютно чёрного тела, построенные для разных его температур.

Из этих графиков следует:

- абсолютно чёрное тело излучает *на всех длинах волн*;
- распределение энергии в спектре излучения зависит от длины волны. С увеличением длины волны спектральная энергетическая светимость увеличивается, достигает отчетливо выраженного максимума при некоторой длине волны  $\lambda_{max}$ , а затем уменьшается;
- с повышением температуры максимум излучения смещается в

сторону более коротких волн. Это выражается формулой  $\lambda_{max} \sim \frac{1}{T}$ .

Если нагревать любое тело, то оно вначале краснеет, а с повышением температуры свечение тела становится все более



<sup>14</sup> В физике такие идеальные модели вводят довольно часто. В молекулярно-кинетической теории, например, такой моделью является идеальный газ. Все газы в определённом диапазоне давлений-температур хорошо описываются этой моделью.

<sup>15</sup> Хотя мы и говорим об абсолютно чёрном теле, но все выводы справедливы в общем и для всех источников теплового излучения.

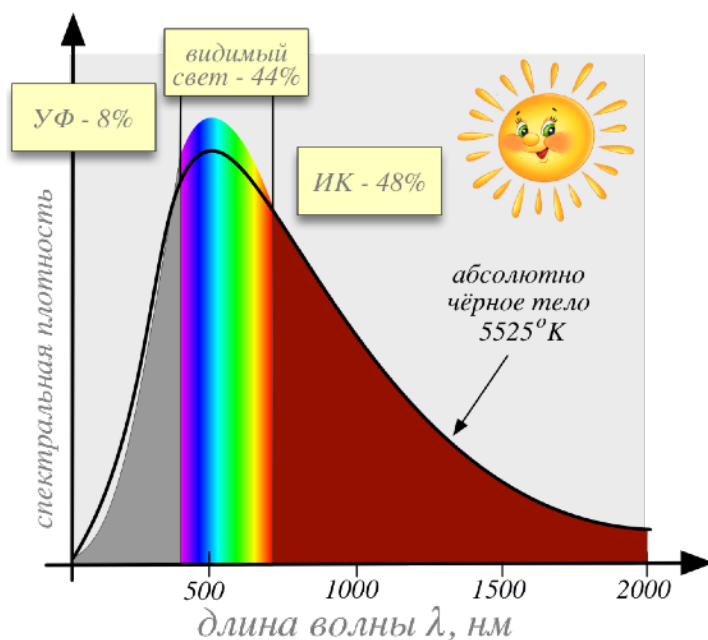
белым. Это свидетельствует о том, что максимум интенсивности теплового излучения по мере повышения температуры тела смещается к фиолетовому концу спектра, то есть к его коротковолновой части.

- общая (суммарная) энергия теплового излучения по всем излучаемым длинам волн (а это - площадь под графиком спектральной плотности) тем больше, чем выше его температура. Это выражается формулой  $W \sim T^4$  (в четвёртой степени!).

Вам наверняка доводилось видеть достаточно близкие аналоги черного тела. В костре, например, случается, что несколько поленьев сложатся практически вплотную, а внутри них выгорит довольно большая полость. Снаружи поленья остаются темными и не светятся, в то время как внутри выгоревшей полости накапливаются жар (инфракрасное излучение) и свет, и, прежде чем вырваться наружу, эти лучи многократно отражаются от стен полости. Если заглянуть в щель между такими поленьями, вы увидите яркое желто-оранжевое высокотемпературное свечение и, оттуда на вас буквально полыхнет жаром. Просто лучи на какое-то время оказались пойманными в ловушку между поленьями.



### ■ Как светит наше Солнце?



Температура поверхности Солнца -  $5800^{\circ}\text{C}$  (или  $5525^{\circ}\text{K}$ ). Измерения спектра светимости поверхности Солнца на разных длинах волн позволили построить график спектральной плотности. И что же из этого графика мы видим?

Излучение Солнца хорошо описывается излучением абсолютно чёрного тела при температуре  $5525^{\circ}\text{K}$ .

Солнце излучает во всех диапазонах, но распределение энергии по спектру неравномерное.

На графике видно, что хотя большая часть излучения приходится на инфракрасный диапазон (ИК), пик излучения лежит в видимой области.

- 48% энергии излучения Солнца приходится на ИК-диапазон. Этой энергией Солнце нас греет.
- 44% энергии приходится на видимый свет. Этой энергией Солнце нам светит.
- оставшиеся 8% - это, в основном, излучение ультрафиолетового (УФ) диапазона. Интенсивный ультрафиолет опасен для человека, но небольшие его дозы полезны. Например, он способствует фотосинтезу витамина D в организме.

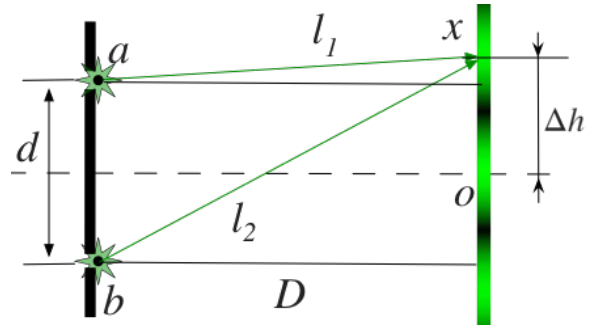
В конце 19-го века физики столкнулись с принципиальными проблемами непонимания некоторых вопросов теплового излучения (так называемая "ультрафиолетовая катастрофа"). И решение этих проблем привело к появлению квантовой физики.

=====

## А теперь - задачи.

**> Задача 1.** В опыте Юнга по дифракции световых волн расстояние между щелями  $d$ , а расстояние от двойной щели до экрана  $D$  ( $d \ll D$ ). При освещении прибора зелёным светом расстояние между соседними светлыми дифракционными полосами оказалось равным  $\Delta h$ . Определите длину волны.

**Решение:** Давайте сначала нарисуем картинку. Вот опыт Юнга с двумя щелями. Щели по принципу Гюйгенса-Френеля эквивалентны двум точечным когерентным источникам монохроматического (зелёного) света. Волны от этих источников интерферируют и создают на экране интерференционную картину.



Максимумы (светлые полосы) и минимумы (тёмные полосы) возникают при "укладывании" в разность хода волн от источников чётного ( $\Delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$  - максимумы) или нечётного

( $\Delta = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$  - минимумы) числа полуволн ( $k$  - целое)<sup>16</sup>. В точке  $o$  будет максимум -

разность хода волн от источников равна нулю. Следующий максимум будет в точке  $x$ . Поскольку этот максимум "следующий" после центрального, то в разность хода волн укладывается одна волна целиком. Вот условие для расчётов. Ну а дальше - чистая геометрия имени Пифагора:

$$l_1 = \sqrt{D^2 + \left(\Delta h - \frac{d}{2}\right)^2}; \quad l_2 = \sqrt{D^2 + \left(\Delta h + \frac{d}{2}\right)^2}; \quad \Delta = l_2 - l_1 = \lambda. \text{ Откуда}$$

$$\lambda = \sqrt{D^2 + \left(\Delta h + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(\Delta h - \frac{d}{2}\right)^2}. \text{ Это - точная формула. Можно}$$

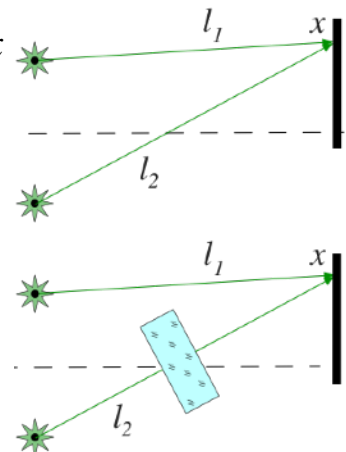
воспользоваться условием  $d \ll D$  (тогда  $l_2 + l_1 \approx 2D$ ) и упростить эту формулу до

$$\lambda \approx \frac{d \cdot \Delta h}{D}.$$

**> Задача 2.** Сместится ли интерференционный максимум, если на пути одного из лучей в опыте Юнга поставить пластинку из стекла с показателем преломления  $n = 1,4$  и толщиной  $d = 1$  мм? Источник света монохроматический, длина волны  $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$  м.

**Решение:** Вот что было до вставления пластинки из стекла: в точке  $x$  наблюдался максимум, а это значит, что в разность хода волн от источников укладывалось целое число волн -  $\Delta = l_2 - l_1 = k \cdot \lambda$ .

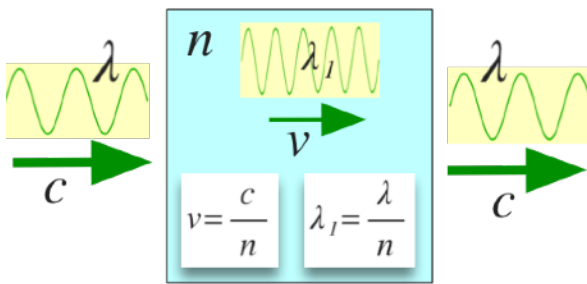
Вот что стало после вставления пластинки из стекла: путь луча  $l_1$  не изменился, а вот на пути луча  $l_2$  встала пластинка. Нас спрашивают: сместится ли интерференционный максимум, иначе говоря: будет ли соблюдаться в точке  $x$  условие максимума? Чтобы ответить на этот вопрос, давайте разберёмся - что происходит с длиной световой волны при прохождении стекла (или любой прозрачной среды)?



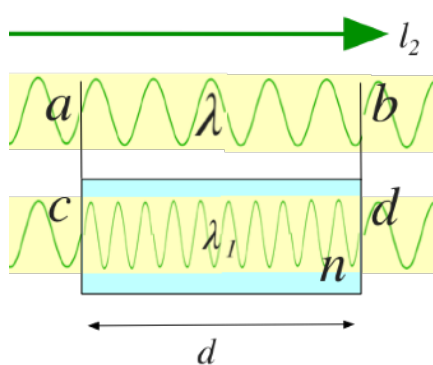
<sup>16</sup> Это чуть другая формулировка условий максимумов-минимумов, но она полностью эквивалентна ранее сформулированной. Привыкайте.



Монохроматическая волна длиной  $\lambda$  и частотой  $\nu$  распространяется в вакууме со скоростью  $c$ . Эти величины связаны соотношением:  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ . Вот световая волна входит в среду с показателем преломления  $n$ . Скорость её распространения в среде понижается и



становится равной  $v = \frac{c}{n}$ . Частота волны не меняется (частота - это базовая характеристика электромагнитного поля волны). При распространении в среде связь между скоростью, длиной волны и частотой та же: "частота" = "скорость" / "длина волны":  $\nu = \frac{v}{\lambda_1}$ . Значит в среде меняется длина волны и становится равной



$\lambda_1 = \frac{\lambda}{n}$  - *длина волны в среде уменьшается.*

Значит при вставлении пластинки из стекла на пути  $l_2$  участок  $ab$  распространения волны длиной  $\lambda$  был заменён участком  $cd$  распространения волны длиной  $\lambda_1$ . Длины участков  $ab$  и  $cd$  равны  $d$ . В точках  $a$  и  $c$  фазы волн длиной  $\lambda$  и длиной  $\lambda_1$  одинаковы. Если фазы этих волн в точках  $b$  и  $d$  будут одинаковы, то разность хода лучей после вставлении стекла не изменится и максимум не переместится. Проверяем. На

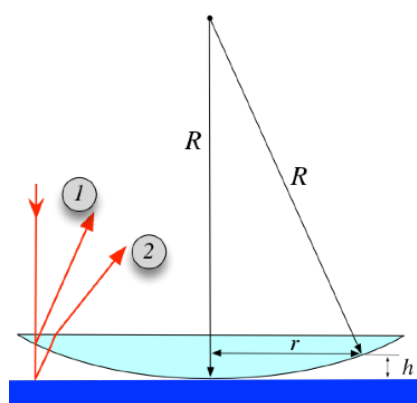
участке  $ab$  укладывается  $N = \frac{d}{\lambda} = 2500$  - *целое* число волн! На участке  $cd$  укладывается

$N_1 = \frac{d \cdot n}{\lambda} = 3500$  штук - *тоже целое число*. А это значит, что фазы этих волн в точках  $b$

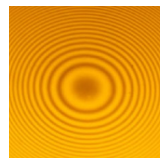
и  $d$  будут одинаковы и *разность фаз колебаний от источников не изменится*. И поэтому максимум останется в точке  $x$ .

**> Задача 3.** Рассчитайте радиус  $k$ -го тёмного кольца в установке для наблюдения колец Ньютона. Радиус линзы  $R$ , длина волны  $\lambda$ .

**Решение:** Напомню про кольца Ньютона. На толстой стеклянной пластинке лежит линза с

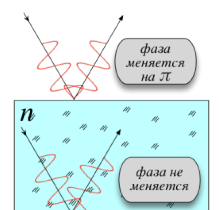


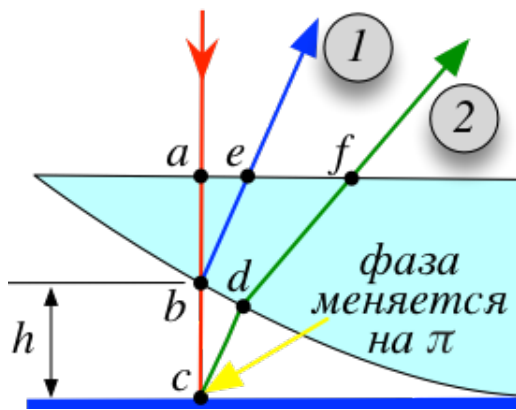
большим радиусом кривизны. Свет отражается от двух поверхностей: поверхности пластинки и внутренней поверхности линзы. Если на такую систему падает пучок монохроматического света, то световые волны (когерентные, поскольку это разделённая на две части одна волна), отражённые от этих поверхностей, интерферируют между собой. Сформированная таким образом интерференционная картина состоит из тёмного кружка и окружающих его чередующихся между собой светлых и тёмных концентрических колец.



При отражении луча от среды с меньшим показателем преломления фаза колебаний волны не меняется. При отражении луча от среды с большим показателем преломления, волна меняет фазу колебаний на

противоположную (на  $\pi$ ), что равносильно потере полуволны ( $\frac{\lambda}{2}$ ).





Рассмотрим две интерферирующие волны: волна 1 идет по маршруту  $abe$  и волна 2 идет по маршруту  $abcdf$ . Волна 1, отражаясь от внутренней поверхности линзы в точке  $b$ , не меняет фазу. Волна 2, отражаясь от пластины в точке  $c$ , фазу меняет на  $\pi$  (или на  $\frac{\lambda}{2}$  в длинах волн) - это надо учесть при расчёте разности хода.

Геометрическая разность хода этих волн равна  $bc + cd \approx 2h$ . А оптическая разность хода

$$\Delta = bc + cd + \frac{\lambda}{2} \approx 2h + \frac{\lambda}{2}.$$

Условие минимума (тёмное кольцо):  $\Delta = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) - нечётное число полуволн.

Условие максимума (светлое кольцо):  $\Delta = k \cdot \lambda$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) - чётное число полуволн.

Считаем радиус  $k$ -го тёмного кольца. Из Пифагора:  $R^2 = r^2 + (R - r)^2$ . Поскольку радиус кривизны  $R$  линзы велик по сравнению с  $h$ , можно приближенно получить:  $h \approx \frac{r^2}{2R}$ . Тогда для минимумов (тёмных колец) имеем:

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \text{ откуда}$$

$$r = \sqrt{k \cdot \lambda \cdot R} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) - \text{ так определяется радиус } k\text{-го тёмного кольца.}$$

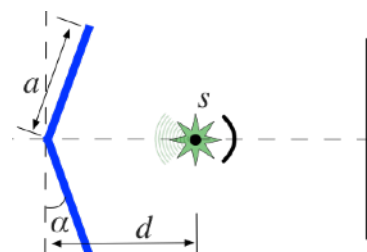
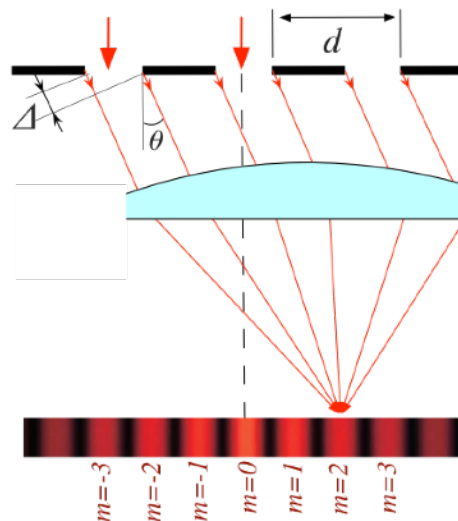
**Задача 4.** Период дифракционной решётки равен  $d=3$  мкм. Определите наибольший порядок спектра для красного света (длина волны равна  $\lambda=700$  нм).

**Решение:** Формула, определяющая максимумы спектра дифракционной решётки:  $\Delta = d \cdot \sin\theta_m = m \cdot \lambda$  ( $d$  - период решётки,  $m$  - целое - порядок дифракционного максимума).

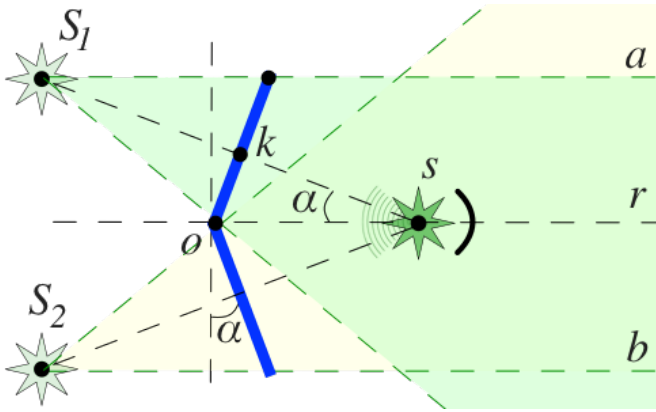
Очевидно, что максимальный порядок дифракционного максимума будет тогда, когда  $\sin\theta_m = 1$ . Отсюда

$$m_{max} \leq \frac{d}{\lambda} = 4,29. \text{ Откуда } m_{max} = 4.$$

**Задача 5.** На рисунке изображена схема опыта Френеля по наблюдению интерференции. Два одинаковых плоских зеркала образуют между собой угол  $\pi - 2\alpha$  ( $2\alpha = 0,1$  рад). Точечный источник света  $S$  находится на биссектрисе угла на расстоянии  $d=20$  см от линии пересечения зеркал. При каком минимальном размере зеркал  $a$  на удалённом экране могут наблюдаться интерференционные полосы? Прямые лучи от источника на экран не попадают.



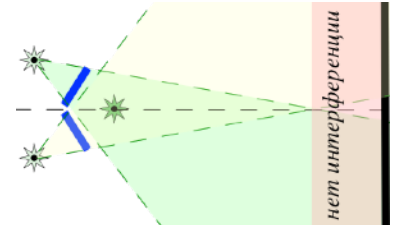
**Решение:** Каждое из зеркал даёт мнимое изображение источника  $S$ :  $S_1$  и  $S_2$ . Эти источники когерентны, поскольку представляют изображения одного и того же источника. Поэтому в той области, где пучки света, исходящие от этих источников, перекрываются, возможно наблюдение интерференционной картины. Ширина пучков определяется положением источников и размерами зеркала.



В задаче, с одной стороны, спрашивается о минимальном размере зеркала, а с другой стороны, говорится про "удалённый экран". Под "удалённым" надо понимать экран, **находящийся на любом удалении** от источника  $S$ . В этом - суть задачи.

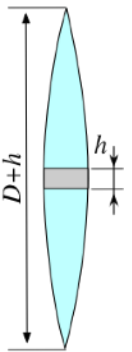
При определённом положении зеркал и источника может появиться зона, в которой пучки света не будут пересекаться и не будет возникать интерференционная картина.

Чтобы выполнялось условие минимального размера зеркала и расположения экрана на любом удалении, должно выполняться условие: **луч от источника  $S_1$ , проходящий через дальний край зеркала (луч  $S_1a$ ) должен быть параллелен оси системы  $or$** . Аналогичное условие и для луча  $S_2b$ .

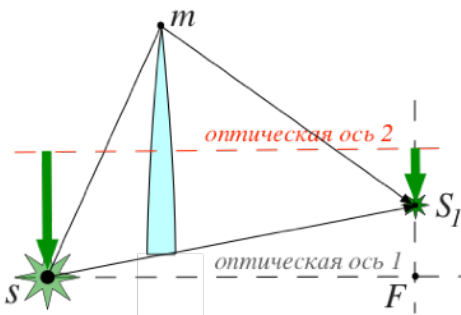


А коли мы это поняли, то дальше - одна геометрия. Угол  $\angle osk = \alpha$ . Из треугольника  $osk$  имеем:  $\frac{a}{2d} = \text{tga}$ . Поскольку  $\alpha$  мал, то  $\text{tga} \approx \alpha$  и  $a \approx 2d\alpha = 2$  см.

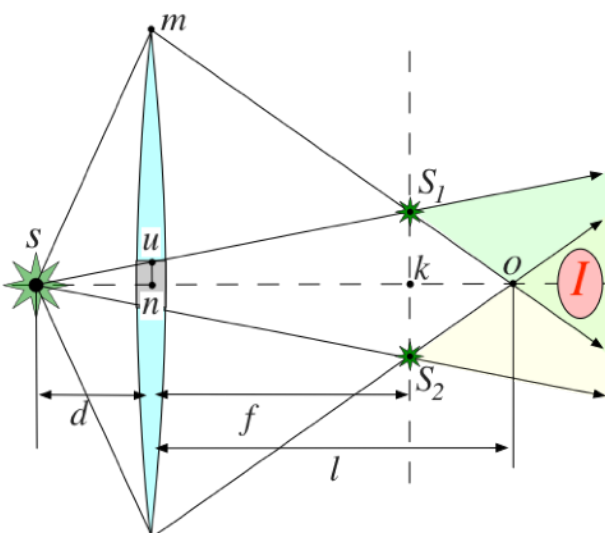
**> Задача 6.** Собирающую линзу диаметра  $D=5$  см с фокусным расстоянием  $F=50$  см разрезали по диаметру пополам и половинки раздвинули на расстояние  $h=5$  мм. Точечный источник света  $S$  расположен на расстоянии  $d=1$  м от линзы. На каком расстоянии от линзы можно наблюдать интерференционную картину? Щель между половинками линзы закрыта.



**Решение: Про разрезанную линзу:** Давайте разберёмся: что происходит с линзой, когда её разрезают и раздвигают так, как сформулировано в задаче? У половинок



разрезанной линзы фокусное расстояние сохраняется таким же, как и у неразрезанной - это очевидно. Пока половинки не раздвинули, они обе работают как исходная неразрезанная линза. Но вот когда их раздвинули, то нарушается общность хода световых лучей для половинок и они начинают работать как две одинаковые линзы, разнесённые по вертикали. И оптическая ось каждой из половинок смещается относительно оптической оси целой линзы (оптическая ось половинки проходит через её середину). Поэтому источник  $s$ , лежащий на оптической оси целой линзы, не лежит на оптической оси половинки линзы. И мы по сути строим изображение точечного источника  $s$  в половинке линзы как изображение протяженного предмета (зелёной стрелочки).



Итак, возвращаемся к задаче. С помощью разрезанной линзы получены два когерентных источника света  $S_1$  и  $S_2$  (каждая из половинок линзы сработала как самостоятельная урезанная линза, сформировав своё изображение источника  $S$ ). Интерференционную картину можно наблюдать в области, где световые пучки от источников  $S_1$  и  $S_2$  перекрываются, то есть правее

точки  $o$ . Лучи  $mo$  и  $sS_1$  - ограничивающие лучи пучка от изображения  $S_1$ . Показаны и ограничивающие лучи пучка от изображения  $S_2$ .

Ищем положение точки  $o$  - величину  $l$ . Величину  $f$  находим из формулы тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{F \cdot d}{d - F}. \text{ Ну а дальше - геометрия подобных треугольников.}$$

$$\text{Треугольники } snu \text{ и } skS_1 \text{ - подобны} \Rightarrow \frac{h}{2d} = \frac{kS_1}{d+f} \left( un = \frac{h}{2} \right) \Rightarrow kS_1 = \frac{h \cdot (d+f)}{2d}.$$

$$\text{Треугольники } mno \text{ и } okS_1 \text{ - подобны} \Rightarrow \frac{mn}{no} = \frac{kS_1}{l-f}. \text{ Но } mn = \frac{D+h}{2}; \quad no = l \Rightarrow$$

$$l = \frac{f \cdot D \cdot (D+h)}{D \cdot d - h \cdot f} \Rightarrow l = \frac{F \cdot D \cdot d \cdot (D+h)}{(d-F) \cdot (D \cdot d - \frac{h \cdot f \cdot F}{d-F})}, \text{ что даёт при подставлении}$$

значений  $l = 1,22 \text{ м.}$

**> Задача 7.** Приёмник радиосигналов, следящий за появлением спутника Земли из-за горизонта, расположен на берегу озера на высоте  $H=3$  метра над поверхностью воды. По мере поднятия спутника над горизонтом наблюдаются периодические изменения интенсивности принимаемого радиосигнала. Определить частоту радиосигнала спутника, если максимумы интенсивности появлялись при углах возвышения спутника над горизонтом  $\alpha_1 = 3^\circ$ ,  $\alpha_2 = 6^\circ$ . Поверхность озера считать идеально отражающим зеркалом.

**Решение:** Задача про интерференцию не видимого света, а радиоволн.

В приёмник попадают лучи, идущие непосредственно со спутника и отразившиеся от поверхности озера. Разность хода между ними  $\Delta = |ac - ab|$ .

$$ac = \frac{H}{\sin \alpha}; \quad ab = \frac{H}{\cos 2\alpha \cdot \sin \alpha}. \text{ Так как угол}$$

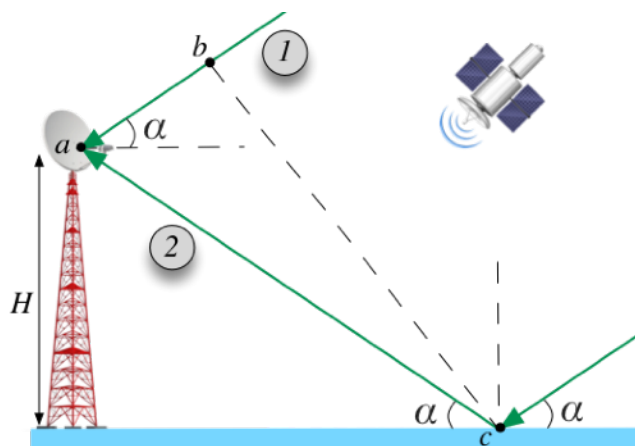
$$\alpha \text{ мал, то } \sin \alpha \approx \alpha, \quad \cos 2\alpha \approx 1 - \frac{(2\alpha)^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta \approx 2H\alpha.$$

Максимум интенсивности наблюдается, когда разность хода равна целому числу длин волн

$$\lambda \Rightarrow \Delta \approx 2H(\alpha_2 - \alpha_1) = \lambda. \text{ А частота } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2H(\alpha_2 - \alpha_1)} \text{ (} \alpha \text{ - в радианах!). Откуда}$$

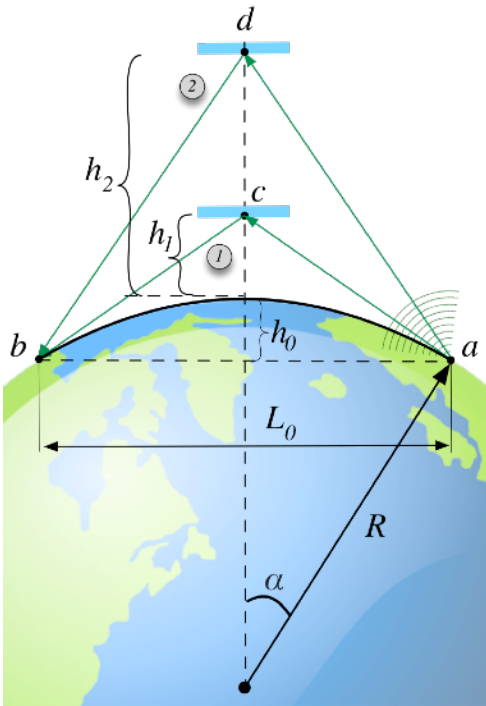
$$f = 290 \text{ кГц.}$$





> **Задача 8. [Сложная!]** Коротковолновый передатчик работает на частоте  $f = 30$  МГц.

Приемник находится на расстоянии  $L=2000$  км от него. Радиоволны достигают приемника, отражаясь от ионосферных слоёв, расположенных на высотах  $h_1=100$  км и  $h_2=300$  км. Найти закон изменения интенсивности сигнала, если приёмник перемещать вдоль прямой, соединяющей его с передатчиком. Перемещение мало по сравнению с  $L$ .



**Решение:** Ещё одна задача про интерференцию радиоволн. Поскольку  $L=2000$  км, то считать Землю плоской мы не можем.

Нас просят найти закон изменения **ИНТЕНСИВНОСТИ** сигнала.

Найдём разность фаз между лучами 1 и 2, пришедшими от передатчика  $a$  в приёмник  $b$ . Длина дуги  $ab$  равна 2000 км, радиус Земли равен 6400 км. Угол  $\alpha \approx 0,156$  рад, то есть угол  $\alpha$  мал. Высота  $h_0 = R \cdot (1 - \cos\alpha) \approx R \cdot \frac{\alpha^2}{2} \approx 80$  км.

Длина хорды  $ab$   $R_0 \approx R \cdot \alpha = L$ . Для разности хода лучей 1 и 2 имеем:

$$\Delta = 2 \left( \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (h_2 + h_0)^2} - \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (h_1 + h_0)^2} \right).$$

Учитывая, что  $h_1 + h_0 \ll \frac{L}{2}$  и  $h_2 + h_0 \ll \frac{L}{2}$ :

$$\Delta \approx 2L \cdot \left( \frac{(h_2 + h_0)^2}{L^2} - \frac{(h_1 + h_0)^2}{L^2} \right) \text{ или } \Delta = 2 \frac{(h_2 - h_1) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)}{L}.$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{f \cdot \Delta}{c}.$$

Откуда разность фаз между лучами 1 и 2:  $\Delta\varphi(L) = 4\pi f \cdot \frac{(h_2 - h_1) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)}{c \cdot L}$  [1]

Если  $L$  изменится на величину  $l$ , малую по сравнению с  $L$ , изменение разности фаз между лучами 1 и 2 равно (смотри картинку):

$$\delta(\Delta\varphi) \approx \frac{d(\Delta\varphi(L))}{dL} \cdot l. \text{ Вычисляем производную [1]:}$$

$$\frac{d(\Delta\varphi(L))}{dL} = 4\pi f \cdot \frac{(h_1 - h_2) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)}{c \cdot L^2}.$$

$$\delta(\Delta\varphi) \approx 4\pi f \cdot \frac{(h_1 - h_2) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)}{c \cdot L^2} \cdot l - \text{ это изменение разности фаз}$$

между лучами 1 и 2 при малом перемещении  $l$ . При каких  $l$  это изменение становится равным  $2\pi$  (то есть каково перемещение, за которое изменение разности фаз совершает полный период)? Считаем:  $4\pi f \cdot \frac{(h_1 - h_2) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)}{c \cdot L^2} \cdot l_0 = 2\pi$ , откуда

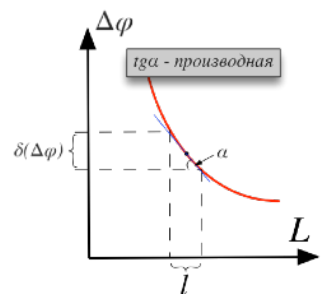
$$l_0 = \frac{c \cdot L^2}{2\pi f \cdot (h_1 - h_2) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)} \text{ или в числах } l_0 \approx 180 \text{ метров. То есть через каждые 180}$$

метров приближения приёмника к источнику разность фаз между лучами 1 и 2 будет повторяться. Это - "период перемещения".

Разбираемся с интенсивностью. В приёмнике складываются колебания:

$$a_1 = a_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0) \text{ и } a_2 = a_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0 + \Delta\varphi).$$

$$\text{Результирующее колебание } a = a_1 + a_2 = 2a_0 \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}\right).$$



Амплитуда этого колебания  $A_0 = 2a_0 \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$ .

Интенсивность  $I = A_0^2 = 4a_0^2 \cos^2\left(\frac{2\pi f}{cL} \cdot (h_2 - h_1) \cdot (2h_0 + h_1 + h_2)\right)$ . Или можно переписать

так:  $I = 4a_0^2 \cos^2\left(\frac{2\pi l}{l_0}\right)$ . Так будет меняться интенсивность принимаемого сигнала при

небольших перемещениях  $l$  приёмника в сторону передатчика. Поздравляю, мы решили довольно сложную задачу.

