

Силы

Ни про силу воли, ни про силу духа, ни про силу слова мы здесь говорить не будем. А говорить мы будем о физических силах. Тема большая. Старался быть максимально понятен и логичен. Много задач.

"Когда дряхлеющие силы
Нам начинают изменять..."
Ф. Тютчев

Силами в Физике занимается Динамика - раздел Механики. Если Кинематика (занимающаяся описанием механического движения тел) отвечает на вопрос *"как"* тело движется, то Динамика отвечает на вопрос *"почему"* тело движется.

Сила - физическая векторная величина, являющаяся мерой воздействия на данное тело со стороны других тел или полей. Она характеризуется модулем, направлением и точкой приложения. Измеряется в Ньютонах [$1Н=1кг \cdot м/с^2$].



Во всех явлениях природы сила, независимо от своего происхождения, проявляется только в механическом смысле, то есть как причина нарушения равномерного и прямолинейного движения тела в инерциальной системе координат. Это важно! То есть сила - это мера взаимодействия тел в механическом смысле.

Про силу можно задать два вопроса:

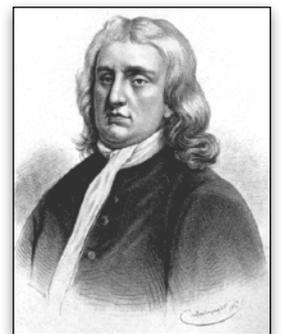
- 1) как (по каким физическим законам) она возникла? и
- 2) каков результат её воздействия на другие тела?

На первый вопрос отвечают соответствующие физические законы: сила тяжести порождается из закона всемирного тяготения, сила воздействия на электрически заряженное тело порождается из закона Кулона и т.д. Мы поговорим попозже об этих законах и порождаемых ими силах.

А вот на второй вопрос: как порожденные силы воздействуют на другие тела, отвечают законы Ньютона. Законы Ньютона позволяют записать уравнения движения для любой механической системы, если известны силы, действующие на составляющие её тела.

→ Законы Ньютона

Законы Ньютона (а также закон всемирного тяготения и законы электродинамики) являются **фундаментальными законами Классической Физики**¹. Все её остальные законы выводятся из этих фундаментальных. Эти законы являются аксиомами, базирующимися на обобщении экспериментальных результатов.



Исаак Ньютон

→ **Первый закон Ньютона:** *существуют* такие системы отсчёта, в которых тела сохраняют состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии действий на них со стороны других тел или при взаимной компенсации этих воздействий. Такие системы отсчёта называются **инерциальными системами отсчета (ИСО)**.

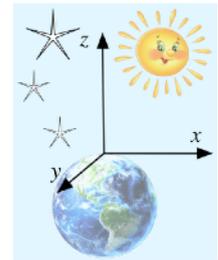
Заметьте, Первый закон Ньютона начинается со слов *"существуют* такие системы..." В математике подобные утверждения называются *аксиомами существования*.

¹ Смотри Историю о Законах Физики.

Первый закон Ньютона утверждает, что если какую-либо материальную точку² или тело попросту не трогать, оно будет продолжать прямолинейно двигаться с неизменной скоростью само по себе. И наоборот: если тело движется неравномерно и не по прямой, то ищите силы, на него действующие. Если тело движется не по прямой, то оно меняет вектор своей скорости, следовательно движется неравномерно.

Законы Ньютона, а также все остальные аксиомы динамики в классической механике формулируются по отношению к инерциальным системам отсчёта.

Всякая система отсчёта, движущаяся относительно данной ИСО равномерно, прямолинейно и без вращения, также является ИСО. Все ИСО равноправны.



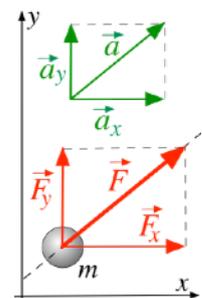
В реальной природе инерциальных систем не существует - на тело всегда действуют некомпенсированные силы: гравитационные силы далёких звёзд, неясные нам пока гравитационные воздействия тёмной материи и тёмной энергии и пр. От них невозможно экранироваться. Вопрос - в величине этих сил и в том, можем ли мы их влиянием пренебречь в рамках нашей конкретной задачи. Поэтому инерциальные системы - это модель, математическая абстракция. С разной степенью точности инерциальными системами можно считать системы отсчёта, связанные с Землёй, Солнцем, далекими звёздами.

Если Первый закон Ньютона помогает нам определить, находится ли тело под воздействием внешних сил, то Второй закон Ньютона описывает, что происходит с физическим телом под их воздействием.

→ **Второй закон Ньютона:** *в инерциальных системах отсчёта ускорение материальной точки по направлению совпадает с приложенной силой, а по модулю пропорционально модулю силы и обратно пропорционально массе материальной точки.*

Главное про Второй закон Ньютона:

- Второй закон Ньютона сформулирован для материальной точки;
- суть Второго закона: $\mathbf{a} \sim \mathbf{F}$;
- в векторной форме Второй закон Ньютона записывается так: $m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_i$, где $\sum \vec{F}_i$ - геометрическая (векторная) сумма всех приложенных к материальной точке сил, \vec{a} - вектор ускорения, m - масса материальной точки;
- все действующие на материальную точку силы заменяются на одну *равнодействующую силу* (равную векторной сумме всех приложенных сил). Это отражает *принцип суперпозиции сил*;
- Второй закон Ньютона впервые вводит понятие **массы** материальной точки как коэффициента пропорциональности между ускорением и силой, это ускорение вызывающей;
- масса - это положительное число (скаляр). Масса обладает свойством аддитивности: $m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$;
- масса материальной точки является *мерой её инертности* (способности сопротивляться изменению состояния движения под действием силы);
- масса материальной точки полагается постоянной во времени;
- векторную форму Второго закона Ньютона можно заменить на три уравнения в проекциях на оси: $m \cdot a_x = F_x$; $m \cdot a_y = F_y$; $m \cdot a_z = F_z$;
- Второй закон Ньютона может быть сформулирован в эквивалентной форме с использованием понятия импульса: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$;



² Напомню: материальная точка - это тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

- Второй закон Ньютона может описывать движение любого реального тела. При этом тело надо разбить на материальные точки, написать для каждой из них Второй закон Ньютона, а затем результат - проинтегрировать;
- если вспомнить, что ускорение материальной точки $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ - это вторая производная её радиус-вектора по времени, то Второй закон Ньютона записывается так:

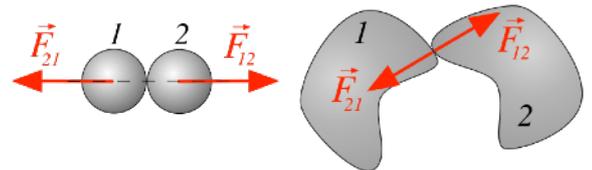
$$m \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$$
 Решив такое уравнение, получаем *закон движения* материальной точки $\vec{r}(t)$. Второй закон Ньютона - это "переходник" между Кинематикой и Динамикой;
- Второй закон Ньютона справедлив и для мгновенных изменяющихся величин $a(t), F(t)$.

Второй закон Ньютона - для расчетов !

→ **Третий закон Ньютона:** *Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению:* $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

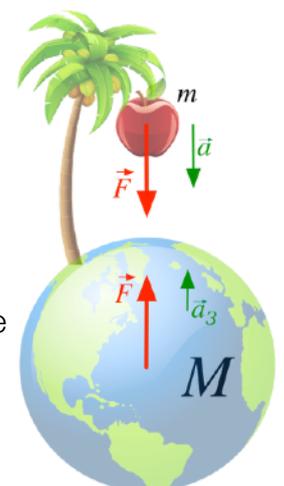
Главное про Третий закон Ньютона:

- эти силы приложены к разным телам;
- эти силы всегда возникают парами "действие-противодействие";
- эти силы всегда являются силами одной природы: сила упругости - сила упругости, сила гравитационного притяжения - сила гравитационного притяжения;
- линии действия этих сил всегда лежат на одной прямой;
- Третий закон Ньютона применим как к материальным точкам, так и к телам, имеющим размеры.



Из третьего закона Ньютона следует, что **центр масс** (геометрическая точка, характеризующая движение тела или системы частиц как целого) **замкнутой системы** (совокупности физических тел, на которых не действуют внешние силы) не может двигаться с ускорением. Отдельные части системы могут ускоряться, но лишь таким образом, что система в целом остаётся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения. Эти соображения могут быть полезны при решении задач.

Когда яблоко падает с дерева, это Земля воздействует на яблоко силой своего гравитационного притяжения (вследствие чего яблоко равноускоренно устремляется к поверхности Земли), но при этом и яблоко притягивает к себе Землю с равной силой. А то, что нам кажется, что это именно яблоко падает на Землю, а не наоборот, это уже следствие второго закона Ньютона. Масса яблока по сравнению с массой Земли мала до несопоставимости, поэтому именно его ускорение заметно для глаз наблюдателя. Масса же Земли, по сравнению с массой яблока, огромна, поэтому ее ускорение практически незаметно. (В случае падения яблока центр Земли смещается вверх на расстояние менее радиуса атомного ядра.)



Закон Ньютона, как и вся классическая механика, справедливы только для движения тел со скоростями, много меньшими скорости света.

Несколько слов о центре масс и центре тяжести. Зачастую возникает путаница в этих понятиях.



Центр тяжести - это такая точка приложения равнодействующей сил тяжести, действующих на все части тела, которая не изменяет своего положения при любых переворотах тела.

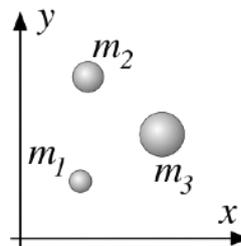
Центр масс - это геометрическая точка, положение которой характеризует распределение масс в теле. *Это более общее понятие, чем центр тяжести.*

В отличие от центра тяжести центр масс имеет смысл для любого тела или механической системы в то время, как центр тяжести - только для твердого тела, находящегося в однородном гравитационном поле. Если ускорение свободного падения одинаково для всех точек твердого тела, то центр тяжести этого тела совпадает с его центром масс. В случае неоднородного гравитационного поля они могут разойтись, так как центр масс по определению - характеристика тела, а центр тяжести - центр воздействия сил притяжения.

Положение центра масс (центра инерции) системы из трёх материальных точек в координатах определяется так (на примере x -координаты):

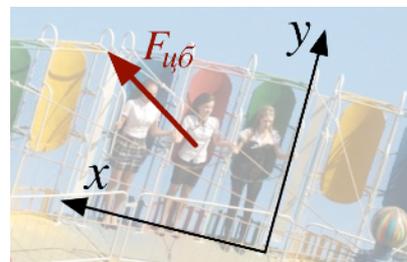
$$x_c = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3}, \text{ где } x_i - \text{координата материальной точки.}$$

Эту формулу легко распространить на любое количество точек.



➔ Несколько слов и о *неинерциальных системах отсчета*. В некоторых задачах приходится их использовать. **Неинерциальная система отсчёта** - система отсчёта, движущаяся с ускорением или поворачивающаяся относительно инерциальной. Законы Ньютона в них не выполняются. Для того чтобы уравнение движения материальной точки в неинерциальной системе отсчёта по *форме совпадало* с уравнением Второго закона Ньютона, дополнительно к обычным силам, действующим в инерциальных системах, **вводят силы инерции - фиктивные силы**.

Вот пример. Вы катаетесь на карусели. Карусель вращается. Вы стоите, прижавшись спиной к стенке колеса. Вы и ваши ощущения находятся в неинерциальной системе отсчета, связанной с полом вращающегося колеса. При вращении вы явно чувствуете действующую на вас силу, пытающуюся вас вдавить в стенку, а если стенки не будет, то и выбросить наружу. Такую силу (силу инерции) называют **центробежной силой**. А вот ваш приятель-физик стоит на земле недалеко от колеса (то есть находится в инерциальной системе отсчета) и смотрит на ваше вращение. И что он видит? Он видит, что в каждый момент времени вы движетесь со скоростью \vec{v} , направленной по касательной к траектории вращения колеса. Как честный гражданин и как материальное тело вы пытаетесь сохранить состояние равномерного и прямолинейного движения. Но стенка колеса давит на вас и заставляет поворачиваться вектор вашей скорости - то есть осуществлять неравномерное непрямолинейное движение. Вот вам описание одного и того же физического процесса в инерциальной и неинерциальной системах отсчета.



В Истории про Вращение мы поговорим о неинерциальных системах отсчета, связанных с вращающейся Землёй, и об эффектах, при этом возникающих.



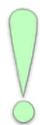
→ Виды Сил

Итак, мы умеем определять результат воздействия сил на физические тела. Поговорим теперь о видах сил, с которыми нам приходится иметь дело в физике. Попробуем их перечислить, привязав к разделам физики, в которых они рассматриваются.

Механика	Гравитация	Гидродинамика	Молекулярная физика	Электродинамика
сила тяжести	сила тяготения	сила давления		сила Кулона
сила трения		сила Архимеда		сила Ампера
сила упругости/ натяжения		сила поверхностного натяжения		сила Лоренца
сила реакции опоры		силы вязкого и сухого трения		

Не так много, оказывается! В молекулярной физике вообще никаких сил не рассматривается. Плюс к тому, вы, наверное, заметили, что в столбце "Механика" я указал силу тяжести, а в столбце "Гравитация" - силу тяготения. На самом деле это одна и та же сила. Почему я так сделал - чуть ниже. А сила реакции опоры - это даже не отдельная сила. Это в подавляющем большинстве случаев сила упругости, с которой опора действует на положенное на неё тело. И что же, эти силы все различны по своей физической природе?

На сегодняшний день физики признают наличие в природе **только четырех видов** взаимодействия (сил):



- гравитационное
- электромагнитное
- слабое ядерное
- сильное ядерное

(последние два вида относятся к микромиру и здесь нами не рассматриваются).

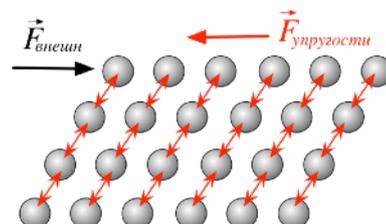
То есть в окружающем нас мире (не в микромире) есть только гравитационное и электромагнитное взаимодействие?



"Но позвольте! Притяжение Луны и Земли - гравитационное взаимодействие, это понятно. А силы трения, силы давления при соударении, силы упругости-сжатия и пр. - это что?" - справедливо спросите вы.

Силы упругости, трения, поверхностного натяжения - это силы электромагнитной природы.

Причина возникновения **сил упругости** - взаимодействие атомов/молекул тела: на малых расстояниях они отталкиваются, а на больших - притягиваются. Под действием на тело внешней силы и его деформации электростатические силы притяжения между атомами/молекулами тела пытаются вернуться в исходное состояние с минимальной потенциальной энергией. А это электромагнитное взаимодействие!



Сила сухого трения появляется при соприкосновении двух тел и препятствует их относительному движению. Причины, вызывающие трение: шероховатость трущихся поверхностей и молекулярное взаимодействие этих поверхностей. Неровности шероховатых поверхностей цепляются друг за друга, деформируются, возникают силы упругости,



которые в сумме создают силу, препятствующую движению. А силы упругости какой природы? Правильно - электромагнитной (см. выше). Если поверхности хорошо отполированы, то взаимное притяжение молекул (опять электромагнитные силы) соприкасающихся тел также препятствует движению.

Силы гидростатического давления и закон Архимеда - это проявление гравитационных сил.

И так - куда ни копни: какую бы силу мы ни стали анализировать, мы всегда придем к одному из двух: **либо гравитация, либо электромагнетизм!**

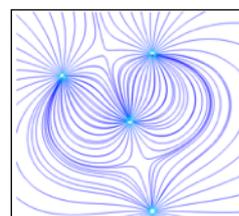
И еще одно важное знание. В школьной физике большинство рассматриваемых сил были силами "непосредственного взаимодействия": груз привязан веревкой и натягивает эту веревку, давя на неё; пуля попадает в тело, "продавливает" в нем дырку насквозь и вылетает наружу; "шершавый" ящик движется по "шершавому" столу и трётся о него. То есть эти тела находились в непосредственном контакте друг с другом при силовом взаимодействии. А при гравитационном взаимодействии Луна находится от Земли на расстоянии более 350.000 км и тем не менее притягивается к Земле. Это как? Что за "веревка" связывает Луну и Землю? А железные опилки, притягиваемые магнитом?

Исаак Ньютон, открывший закон всемирного тяготения, тоже думал над этим, но так ничего и не придумал. Ньютон просто назвал такой вид силового взаимодействия "дальнодействием", но объяснения механизмов его не нашел. Позже физики открыли, что посредником ("веревкой") между телами в "дальнодействии" является **поле - отдельный вид материи** (при гравитационном взаимодействии - гравитационное поле, при электромагнитном взаимодействии - электромагнитное поле).

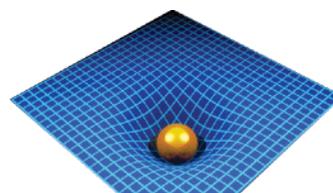
Поля создаются физическими телами. Поля воздействуют на физические тела.

Любое физическое тело, имеющее массу, создает свое гравитационное поле (это есть фундаментальное свойство массы). Это гравитационное поле воздействует на другие физические тела, имеющие массу. Мы все живем в гравитационном поле Земли и постоянно оно на нас воздействует. Но и мы сами, как физические тела с ненулевой массой, создаем свои гравитационные поля, которые тоже воздействуют на окружающий мир. **Заряды и токи создают электромагнитное поле**, оно воздействует на другие заряды и токи. Представление о поле - это классическая физика, сформировавшаяся к концу 19-го века. А уж если вам придется в институте изучать квантовую механику и общую теорию относительности, то вы обнаружите, что всё на самом деле совсем не так. Ну это я не чтоб запутать, а чтоб заинтриговать.

Важное замечание: 1) масса не взаимодействует с гравитационным полем, которое она породила; 2) заряд/ток не взаимодействует с электромагнитным полем, которое он породил.



Изображение электростатического поля



Изображение гравитационного поля

На картинках условно приведены изображения полей. **Физическое поле (хоть и отдельный вид материи) - не кирпич, его нарисовать нельзя, его можно лишь условно изобразить.**

А коли мы договорились, что все взаимодействия вокруг нас - это либо гравитация, либо электромагнетизм, то остается признать, что мир пронизан гравитационными и электромагнитными полями.



Изображение магнитного поля Земли

→ Сила тяжести и сила тяготения

Это одни и те же силы. Они описываются Законом Всемирного Тяготения³ (ЗВТ), открытый Ньютоном: $F = G \frac{m \cdot M}{R^2}$, где F - сила взаимного гравитационного притяжения, m, M - массы взаимодействующих тел, R - расстояние между ними, G - гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11}$ н·м²/кг².

В школьной механике все задачи "приключались" на поверхности Земли (хотя зачастую явно об этом и не говорилось). На все тела на поверхности Земли действует сила тяжести,

точно так же рассчитываемая по ЗВТ: $F = m \cdot \left[G \frac{M_3}{R_3^2} \right]$; где m - масса притягиваемого

Землей тела, R_3 - радиус Земли ($R_3 = 6,371 \cdot 10^6$ м), M_3 - масса Земли ($M_3 = 5,972 \cdot 10^{24}$ кг).

Ускорение свободного падения у поверхности Земли: $g_3 = G \frac{M_3}{R_3^2} = 9,81365$ м/с².

А ускорение свободного падения на высоте h над поверхностью Земли: $g(h) = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}$.

Приведу результаты вычисления $g(h)$ на нескольких высотах вблизи поверхности Земли. В последней строке я посчитал разницу в процентах по сравнению с $g_3 = g(0) = 9,81365$ м/с². Даже на высоте 10 км над поверхностью Земли разница составляет *треть процента*.

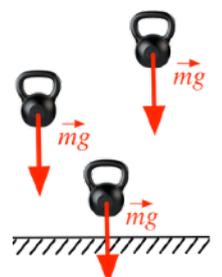
А уж на высоте в сто метров разница исчезающе мала. И это понятно - слишком велик радиус Земли. Эти расчеты я привёл с одной целью - подтвердить в цифрах утверждение:

h = 100 м	h = 1000 м	h = 10.000 м
9,81334 м/с ²	9,81057 м/с ²	9,78291 м/с ²
0,00314 %	0,03138 %	0,313 %

У поверхности Земли гравитационное поле считается однородным!

А если въедливый читатель спросит: "А вот мне надо произвести расчеты с точностью до 0,0000001%, то как быть?", то мы ему ответим: "А тогда вам надо определить массу и радиус Земли с такой же точностью. А масса Земли не постоянна по многим причинам, а Земля не является идеальным шаром и слегка приплюснута с полюсов". Это желание абстрактно и бессмысленно. Короче, во всех практических приложениях (не только школьных, но и "взрослых") утверждение-допущение об однородности гравитационного поля Земли у её поверхности **работает!**

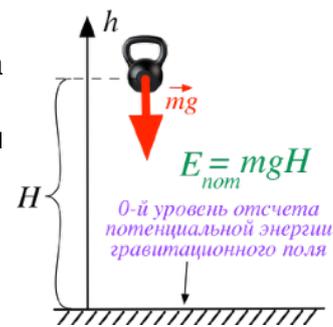
Так вот - *сила тяжести - это сила гравитационного притяжения к Земле, действующая на тело у её поверхности*. Направлена она перпендикулярно поверхности Земли и считается очень просто: $F = mg$, где m - масса тела, на которое действует сила тяжести, $g = 9,81$ м/с² - ускорение свободного падения (иногда в школьных задачах это значение округляют до 10 м/с²). **И в любой точке у поверхности на тело одной и той же массы будет действовать одна и та же сила тяжести.** То есть только масса тела определяет величину силы тяжести, а не его положение - это и есть свойство однородных полей.



³ Подробности смотри в Истории про Гравитацию.

О расчете потенциальной энергии тела у поверхности Земли.

Напомню, что потенциальная энергия определяется положением тела относительно поля. Выбирается нулевой уровень отсчета и все потенциальные энергии тел **в рамках данной задачи** рассчитываются относительно него. В случае однородного гравитационного поля все положения тела равноправны, а, следовательно, за ноль отсчета можно принять любую удобную для дальнейших расчетов точку. В конкретной задаче могут присутствовать и другие потенциальные энергии: сжатой пружины, заряженного конденсатора и пр. - эти потенциальные энергии считаются по-своему. Обычно (но это совершенно не обязательно) за такой ноль принимают потенциальную энергию у поверхности Земли. Но уж коль вы выбрали такой ноль, то будьте любезны придерживаться его в своей задаче для расчета всех потенциальных энергий гравитационного поля. И тогда потенциальная энергия считается очень просто: $E_{\text{потенц}} = mgH$, где H - высота положения тела над выбранным нулевым уровнем.



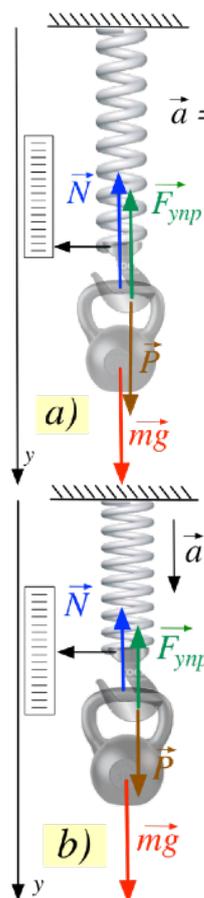
Ну а **сила тяготения** рассматривается как гравитационная сила, действующая на всех расстояниях без ограничений. Она полностью описывается Законом Всемирного Тяготения $F = G \frac{m \cdot M}{R^2}$ и используется для решения "космических" задач: как Луна притягивается к Земле, как спутник движется по орбите планеты и пр.

➔ Вес тела и сила реакции опоры

Вес тела (P) - сила, с которой тело действует на опору (подвес). **Приложен к опоре.**

Сила реакции опоры (N) - сила, с которой опора действует на тело. **Приложена к телу.**

По Третьему закону Ньютона: $\vec{P} = -\vec{N}$



Рассмотрим пружинные весы с подвешенным к нему телом массой m . На тело действует сила тяжести mg и сила реакции опоры N (крюк весов давит на ручку гири). На крюк (весы) действует вес тела P и сила упругости пружины весов $F_{\text{упр}}$.

Пусть система покоится (рисунок *a*). Тогда для тела по Второму закону Ньютона в проекциях на ось y можно записать: $0 = mg - N$. А по Третьему закону Ньютона: $P = N$. Откуда $P = mg$. То есть вес равен силе тяжести. Для крюка Второй закон Ньютона выглядит так: $F_{\text{упр}} = P$. Сила упругости по закону Гука (о силе упругости - чуть ниже): $F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta l$, где Δl - удлинение пружины весов относительно нерастянутого грузом состояния), k - коэффициент жесткости пружины. Поэтому $mg = k \cdot \Delta l$

или $m = \frac{k}{g} \Delta l$: масса груза пропорциональна удлинению пружины. Шкала весов проградуирована в килограммах, весы измеряют массу. Главное: **при неподвижных весах и грузе вес равен силе тяжести.**

Пусть система движется вниз с ускорением a (рисунок *b*). Тогда для тела по Второму закону Ньютона в проекциях на ось y можно записать: $ma = mg - N$. По-прежнему: $P = N$. Откуда $P = mg - ma$. То есть **при движении с ускорением вес НЕ равен силе тяжести.**

Да и повседневный опыт это подтверждает: вы заходите в кабину лифта, стоящего на 5-м этаже. Сила реакции пола лифта на ваши ноги (равная вашему весу) равна вашей силе тяжести. Вы нажимаете кнопку 1-го этажа и лифт, набирая скорость (то есть,

двигаясь с ускорением, направленным вниз), начинает опускаться. И вы чувствуете, что сила реакции пола лифта (равная вашему весу) уменьшилась. То есть ваш вес уменьшился.

Вес, сила тяжести, сила реакции опоры - разные силы!

☞ А давайте немного порассуждаем. Вот есть Второй закон Ньютона: $F = ma$. В нём масса m выступает как **мера инертности** материального тела. А вот есть Закон Всемирного Тяготения: $F = G \frac{mM}{R^2}$. В нём масса m выступает как **мера гравитационного взаимодействия**. Внимание, вопрос! *А это одна и та же масса?* Неожиданно. Но если подумать, то вопрос не кажется таким уж наивным.

В первом случае масса появляется из закона, описывающего **результат** механического действия сил (причем, сил любой природы!) на материальные тела. И мера инертности проявляется как фундаментальное свойство тел пытаться сохранить свое состояние равномерного и прямолинейного движения. Во втором же случае масса появляется из закона, описывающего **отдельный вид силового взаимодействия** - гравитацию. И проявляется как другое фундаментальное свойство материальных тел - взаимно притягиваться при наличии массы.

То есть наш вопрос можно переформулировать так: **равна ли инертная масса гравитационной?**

С этого вопроса началась Общая Теория Относительности - современная теория тяготения. Эйнштейн постулировал (принял как аксиому) равенство этих масс. Из этого равенства он вывел **принцип эквивалентности**: **все физические процессы в поле тяготения и в ускоренной системе отсчета без тяготения протекают одинаковым образом**. Это - фундаментальный закон природы.

Следствием этого закона является то, что, находясь внутри закрытой кабины лифта, невозможно определить, чем вызвана сила, действующая на тело: тем, что кабина движется с ускорением или гравитационным притяжением тела к Земле.

К настоящему времени равенство инертной и гравитационной масс экспериментально подтверждено с относительной точностью 10^{-13} .

Вот так-то: не стесняйтесь задавать вопросы - из них иногда рождаются Великие Теории!



➔ Сила упругости

Немножко определений и общих понятий. Силы упругости возникают в телах при их **деформации**. Деформации возникают при воздействии на тела внешних сил. Различают деформации растяжения, сжатия, изгиба, кручения и сдвига.

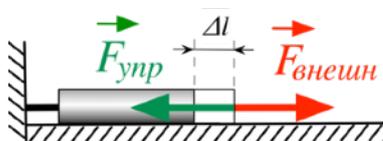
Линейная деформация – это деформация, при которой происходит изменение только одного линейного размера тела.

Упругие деформации - полностью исчезают после прекращения действия внешних сил.

Пластические деформации - сохраняются и после того, как внешние силы перестали действовать на тело.

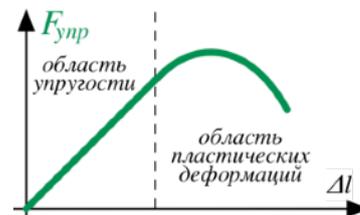
Силы упругости - это силы, возникающие в теле при его упругой деформации и направленные в сторону, противоположную смещению частиц при деформации.

При деформациях твердого тела его частицы (атомы, молекулы, ионы), находящиеся в узлах кристаллической решетки, смещаются из своих положений равновесия. Этому смещению противодействуют электростатические силы, удерживающие эти частицы на определенном расстоянии друг от друга. Поэтому при любом виде упругой деформации в теле возникают внутренние силы, препятствующие его деформации. Природа сил упругости - электромагнитная.



Для **упругих линейных деформаций** справедлив закон Гука⁴:
 $F_{упр} = k \cdot \Delta l$, где Δl - удлинение тела

относительно нерастянутого (несжатого) состояния, k - коэффициент жесткости (упругости) тела [Н/м]. Коэффициент жесткости определяется опытным путем и зависит от геометрии тела и свойств материала.

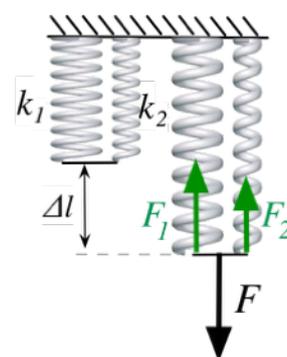


➤ Задача: даны две пружины с коэффициентами жесткости k_1 и k_2 . Определите общий коэффициент жесткости системы пружин при их параллельном и последовательном соединении.

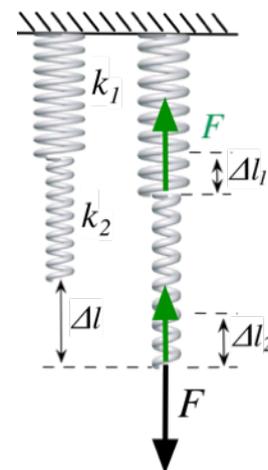
Решение:

а) **Параллельное соединение пружин.** Воздействуем на систему внешней силой F . Вся система (и каждая из пружин) растянется на Δl .

Для системы можно записать закон Гука: $F = k \cdot \Delta l$, где k - искомый общий коэффициент жесткости системы. В каждой из пружин возникнет по силе упругости: F_1 и F_2 соответственно, причем $F = F_1 + F_2$. По закону Гука для каждой из пружин: $F_1 = k_1 \cdot \Delta l$ и $F_2 = k_2 \cdot \Delta l$. Откуда $k = k_1 + k_2$.



б) **Последовательное соединение пружин.** Воздействуем на систему внешней силой F . Каждая из пружин растянется на Δl_1 и Δl_2 соответственно. Система растянется на Δl , причем $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$. Для системы можно записать закон Гука: $F = k \cdot \Delta l$, где k - искомый общий коэффициент жесткости системы. Каждая из пружин растянута одной и той же силой F (при последовательном соединении сила передается по всей длине цепи). Значит в каждой пружине возникает одинаковая сила упругости, равная F . По закону Гука для каждой из пружин: $F = k_1 \cdot \Delta l_1$



и $F = k_2 \cdot \Delta l_2$. Откуда $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.



"Какие-то скучноватые эти ваши силы упругости!" - скажет веселый школьник.
 "Цџас будет весело!" - отвечу я.

А давайте представим себе окружающий нас мир без сил упругости! "Это как?" - спросите вы. Тут есть два варианта: а) все деформации - пластические и б) все деформации - абсолютно упругие. Итак:

а) Мы живем в **Пластическом Мире**. На стул сесть нельзя - только вы на него сели, он сразу сплющился. Сплющился и пол под ним, сплющился и фундамент дома, сплющилась

⁴ Эмпирический приближительный закон.

и земля под домом аж до самого центра Земли. То же самое с кроватью. Облокотиться о стенку нельзя - в ней сразу дырка. Почесать нос нельзя - он сразу сплющится. А наши кости? Мы не сможем ходить, сидеть, даже лежать - мы сплужимся. Мир без опоры! Никаких домов, мостов - они сплуживаются под действием силы тяжести. Более того - никаких твердых тел. Они тоже сплуживаются под действием постоянной силы тяжести. То есть, Пластический Мир - это жидкий и газообразный мир. Не очень удобно.



Терминатор неудачно почесался в Пластическом Мире

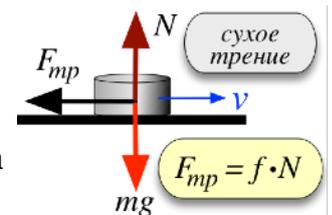
б) Мы переехали в **Абсолютно Упругий Мир**. Все взаимодействия абсолютно упругие (везде и всюду выполняются законы сохранения импульса и механической энергии) - как при ударе идеальных бильярдных шаров из школьной задачки. Здорово-же! Не совсем. Опять же нельзя прислониться к стенке. Вы приближаетесь к ней и касаетесь её, а она абсолютно упруго отражает вас в обратную сторону. Садиться на стул тоже тяжело - нужно на него надвигаться сбоку, иначе он вас отразит вверх. Привычное нам **упругое взаимодействие гасит кинетическую энергию (переводит её в тепловую)**! Это её замечательное свойство. А вся жизнь человека - это перевод одних видов энергии в другие. А в Абсолютно Упругом Мире мы будем носиться с нашей механической энергией и ни во что другое перевести её не сможем. "Так мы будем гасить свою кинетическую энергию силами трения!" - не угомонится весёлый школьник. Проблематично. Когда выше мы говорили о силе трения, то поняли, что оно возникает в основном за счет сил упругости. А их нет! Поэтому с трением не получится. "Ну да, в Абсолютно Упругом Мире тоже не очень удобно", - грустно согласится весёлый школьник.

А смотрите как здорово получается: чтобы понять как что-то важно, надо представить, что его нет. Будем этим пользоваться.

➔ Сила сухого трения

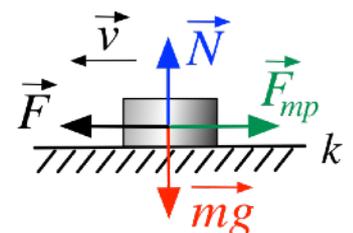
Различают два вида сил трения-сопротивления: *сухое трение* и *вязкое трение*.

Сила сухого трения - это сила, возникающая при соприкосновении двух твёрдых тел и препятствующая их относительному движению. Направлено это трение против вектора скорости. Причиной возникновения трения является шероховатость трущихся поверхностей и взаимодействие молекул этих поверхностей. Природа силы трения - электромагнитная. Различают два вида сухого трения: **трение скольжения** (о нем говорят в школе) и **трение качения**. Поговорим о силе трения скольжения.



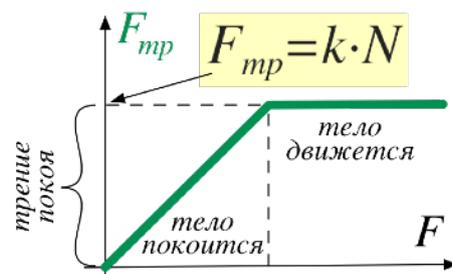
> **Задача:** Пусть на горизонтальной поверхности лежит в покое тело массой m . На него влево начинают действовать *плавно_увеличивающейся от 0* силой F . Коэффициент трения тела о поверхность равен k . Опишите поведение тела.

Опишем. Пока на тело не действует сила F , на него действуют лишь две силы в вертикальной плоскости: сила тяжести mg и сила реакции опоры N .



Вот начали действовать маленькой силой F . Тело стоит на месте. Почему? Потому, что силе F противодействует **сила трения покоя**, направленная вправо - противоположно направлению силы F , **противоположно направлению возможного движения**. А какова

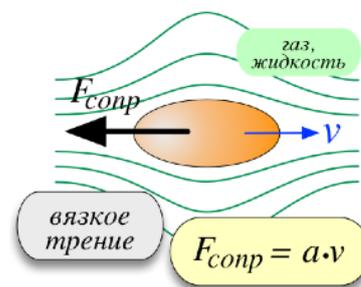
величина этой силы трения покоя? Так из условия неподвижности тела и из второго закона Ньютона имеем: $F_{mp_{пок}}=F$. Еще немного увеличили силу F . Тело все еще покоится: сила трения покоя тоже возросла (продолжает выполняться $F_{mp_{пок}}=F$) и продолжает сопротивляться силе F , стремящейся сдвинуть тело. Еще увеличиваем силу F . У силы трения покоя есть предел роста. Этот предел равен kN (больше этой величины сила трения быть не может). Вот сила F , возрастая, достигла некоей величины, когда тело всё ещё покоится и когда всё еще выполняется $F_{mp_{покмакс}}=kN=F$, но это максимум сопротивления началу движения, которое сила трения может противопоставить силе F . Еще чуть-чуть увеличиваем силу F , сопротивление силы трения уже достигло своего максимума и больше удерживать тело в покое оно не может - тело начало двигаться. А что значит тело начало двигаться? Это значит, что из состояния с нулевой скоростью (покой) оно стало двигаться с некоторой ненулевой скоростью, то есть совершило ускорение. При этом сила трения продолжает действовать (сопротивляться движению), ее величина равна $F_{mp_{покмакс}}=kN$ и больше быть она не может. На графике зависимости силы трения от приложенной силы F это всё отражено. И как бы ни увеличивалась больше сила F , сила трения останется прежней ($F_{mp}=kN$) и будет выполняться второй закон Ньютона: $ma=F-F_{mp}=F-kN$ (a - ускорение тела). Если же ускорения не будет и тело будет двигаться с постоянной скоростью, то будет выполняться $0=F-kN$; $F=kN$.



Это интуитивно понятно и из жизненного опыта: чтобы сдвинуть за веревку ящик с места и продолжать его двигать, надо схватиться за веревку и потянуть с возрастающей силой, пока ящик не поедет.

➔ Сила вязкого трения

Сила вязкого трения - это трение-сопротивление, возникающее при движении твёрдого тела в среде (жидкости или газе). Направлено оно также против вектора скорости. Величина силы вязкого трения зависит от формы тела, от свойств среды и **от скорости** движения тела в среде. Для данного тела в данной среде можно считать, что $F_{сomp} = a \cdot v$, где a - коэффициент вязкого трения, v - скорость тела в среде. Сила вязкого трения значительно меньше силы сухого трения. При вязком трении **нет трения покоя**.



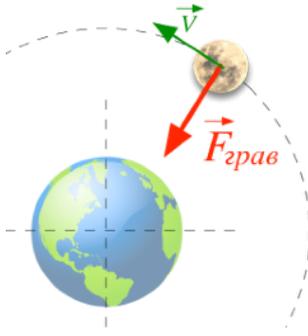
Силы трения - **диссипативные** силы, то есть силы, при действии которых на механическую систему её (системы) полная механическая энергия убывает за счет перехода в тепловую. Как древние добывали огонь? Правильно, трением: переводили механическую энергию в тепловую. Силы трения - один из источников энергетических потерь в механических системах (двигателях, колесных системах и пр.)

Силы трения (в том числе силы трения покоя) - великая вещь. В популярных физических книжках любят порассуждать о том, что было бы, если бы сил трения не было вообще. Чашки бы падали со стола, ходить было бы невозможно и прочие неприятности.

➔ Центростремительная сила

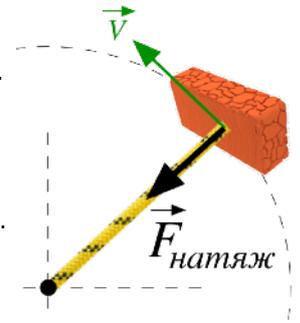
При рассмотрении кругового движения (а в общем случае - криволинейного) никуда не деться от центростремительных сил. Прямолинейное движение - это движение при отсутствии действия сил (или, как минимум, сил, действующих перпендикулярно прямой линии движения) (первый закон Ньютона). Центростремительная сила - эта сила, которая действует в перпендикулярном к линии движения направлении и сворачивает тело с

прямолинейной траектории. *Центростремительная сила - это НЕ какой-то специальный вид сил.* Центростремительная сила - это роль (функция), которую играют те или иные силы в конкретных физических условиях.



Для мотоциклиста в повороте центростремительной силой является сила трения. При вращении по кругу кирпича на веревке центростремительной силой является сила натяжения веревки. Сила гравитационного притяжения является центростремительной силой, действующей на Луну при ее орбитальном вращении вокруг Земли. Сила электростатического притяжения (кулоновская сила) является центростремительной для электрона, вращающегося

вокруг ядра атома (если не вдаваться в квантовую природу микромира). И так далее.

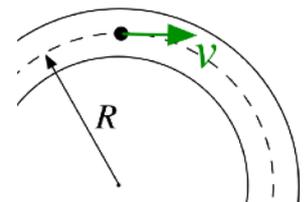


Еще раз и на всю жизнь:

Центростремительная сила - это роль (функция), которую играют те или иные силы в конкретных физических условиях, сворачивающие тело с прямолинейной траектории движения.

> А теперь - задачка про мотоциклиста

Мотоциклист едет по горизонтальной дороге со скоростью v , делая поворот радиусом R . На какой угол α к горизонту он должен при этом наклониться, чтобы не упасть?

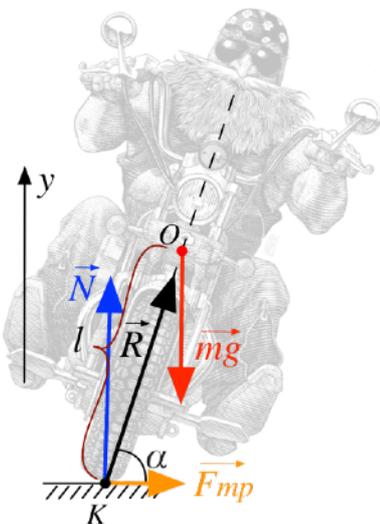


Рассуждения и решение: На велосипеде кататься умеете? Тогда из опыта помните, что если надо на скорости повернуть, то невольно вместе с велосипедом наклоняетесь "внутрь поворота". И чем больше скорость в повороте, тем больше приходится наклоняться. А если ты не наклонишься, то тебя просто вынесет на внешнюю к повороту сторону. Сейчас мы поймем для чего наклоняться.

Когда вы едете на велосипеде по прямой, ваше положение "вертикально": вертикально вниз действует сила тяжести mg , вертикально вверх действует сила реакции дороги N . В горизонтальной плоскости действующих сил нет. Когда же вам надо повернуть (начать совершать круговое движение), то вам *надо создать центростремительную силу*, которая бы вас повернула. Вы наклоняетесь в нужную сторону и такую силу создаете: ей становится сила трения между колесом и дорогой. Куда она направлена? Взгляните на рисунок. Мы помним, что сила трения направлена против направления возможного движения. В данном случае - против возможного "выноса" с дороги, то есть горизонтально в сторону центра окружности поворота. Эта сила трения приложена к точке касания колеса мотоцикла с дорогой (точка K). Поэтому мы пишем формулу второго закона Ньютона для кругового движения:

$$F_{mp} = \frac{mv^2}{R} \quad [1].$$

К точке K приложена и сила реакции дороги N , направленная вертикально вверх. К центру тяжести системы "мотоциклист + мотоцикл" (точка O на рисунке, расстояние KO обозначим как l) приложена сила тяжести mg , направленная вертикально вниз. Мотоциклист при повороте не перемещается по вертикали и не опрокидывается в плоскости рисунка. Вот эти условия мы и запишем формулами.



Условия отсутствия поступательного движения по оси y : $N - mg = 0$ [2].

Условия отсутствия вращательного движения - уравнение моментов относительно точки O (mg относительно точки O момента не создает - плечо=0): $F_{mp} \cdot l \cdot \sin\alpha = N \cdot l \cdot \cos\alpha$.

Или $F_{mp} \cdot \sin\alpha = N \cdot \cos\alpha$ [3].

Из последнего вытекает важный факт (проверьте сами по треугольникам): равнодействующая сил N и F_{mp} проходит через центр тяжести O , что и обеспечивает отсутствие опрокидывающего момента (плечо=0).

Решая совместно [1], [2] и [3], получим: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{gR}{v^2}$. Именно под таким углом α надо входить в поворот радиуса R на скорости v .

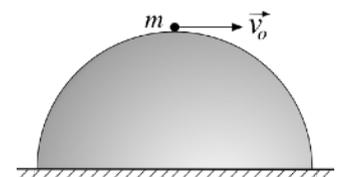
Остается ещё одно важное замечание: сила трения F_{mp} , рассмотренная выше, является силой трения покоя (колесо мотоцикла не движется горизонтально по дороге, сила трения покоя удерживает его от этого). Но у величины силы трения покоя есть предел величины, равный $F_{mp_{покmax}} = kN$ (больше этой величины сила трения быть не может). Поэтому, если подставить этот максимум в [3], то мы получим $\operatorname{tg}\alpha_{min} = \frac{1}{k}$. Таков минимальный угол α ,

на который может наклониться мотоциклист, совершая поворот на такой резине (шинах) и по такой дороге (при такой величине k) (каковы бы ни были значения R и v). Если он еще больше наклонится, то сила трения не сможет удерживать его и его вынесет из поворота. Это можно наблюдать на телетрансляциях с мотогонок: мотоциклисты, рискуя, увеличивают скорость, входят в поворот, наклоняясь еще ближе к дороге, "сцепки" колес с дорогой не хватает ($F_{mp_{покmax}}$ не хватает для удержания мотоцикла на трассе), и их кувырком выносит с трассы под радостные крики публики.



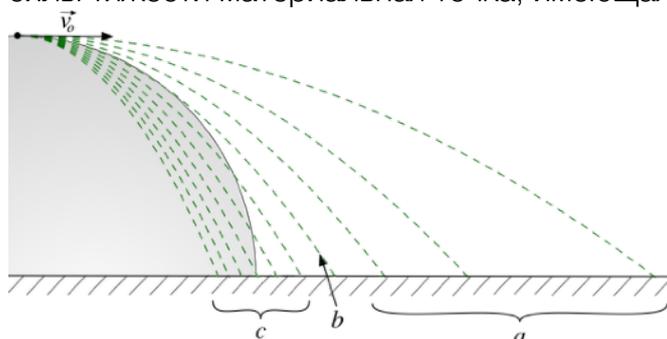
> А теперь - задача про отрыв точки от поверхности

Материальная точка массой m находится на вершине полусферы радиуса R . Ей сообщают горизонтальную начальную скорость v_0 . Опишите возможные варианты движения точки. Рассмотрите случаи движения материальной точки по полусфере без трения и с трением.



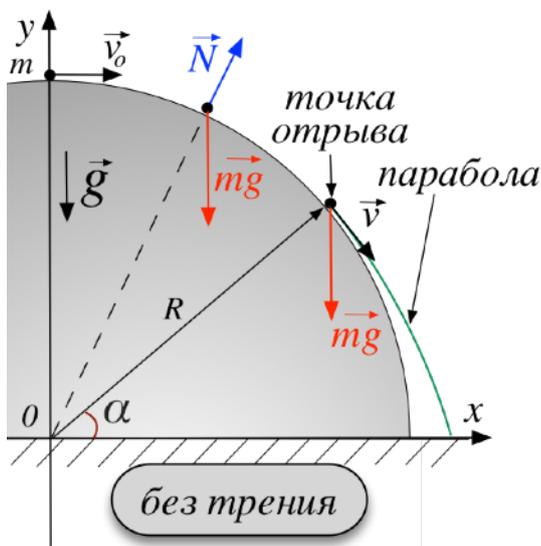
Решение: Классическая задача на отрыв точки от поверхности при криволинейном движении. Вариант такой задачи - мотоциклист, делающий "мёртвую петлю" в цирке.

Итак, что мы имеем: материальная точка в однородном поле силы тяжести, имеющая начальную горизонтальную скорость v_0 . Представим на секундочку, что никакой полусферы нет (на рисунке показан лишь её контур). Мы знаем, что в однородном поле силы тяжести материальная точка, имеющая начальную горизонтальную скорость (да и любую не-вертикально направленную), летит по параболе. Вот на рисунке я и изобразил несколько парабол, по которым наша точка может лететь в зависимости от величины v_0 . А теперь вспомним, что полусфера всё-таки есть. Но для парабол из группы a всё равно - есть она или нет - наша точка полетит по ним в любом случае и полусфера ей не мешает. По параболам из группы c наша точка полетит не



сможет - ей полусфера не даст. А вот по параболе b наша точка ещё полетит. Если подумать, то парабола b - это такая парабола, которая касается полусферы в её вершине (ведь вектор начальной скорости направлен в вершине по касательной как к полусфере, так и к параболе). Нам надо найти значение величины начальной скорости v_0 , при которой наша точка полетит по параболе b .

Условием отрыва точки от полусферы в её вершине (и дальнейший полёт по параболе b) будет равенство нулю силы реакции опоры (полусферы) на точку в вершине. Но на точку действует постоянная сила тяжести. Тогда эта сила тяжести должна быть равна центростремительной силе криволинейного движения нашей точки. Но на вершине это криволинейное движение (в пределе) - это движение по окружности радиуса R . Поэтому можем записать: $mg = m \frac{v_0^2}{R}$, откуда величина $v_0 = \sqrt{gR}$. При такой начальной скорости наша точка полетит по параболе b . Если начальная скорость будет больше \sqrt{gR} , то наша точка полетит по параболам группы a .



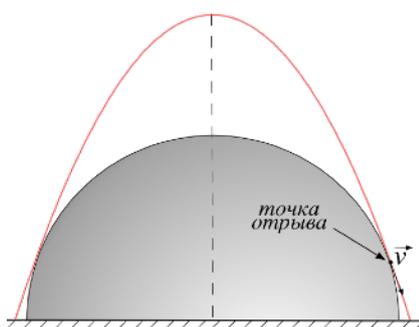
Рассмотрим теперь случай, когда $v_0 < \sqrt{gR}$ - точка "хочет" двигаться по параболам группы c (пока - **без трения**). Вот на рисунке показано промежуточное положение нашей точки между вершиной и точкой отрыва от полусферы. В этом положении точка совершает вращательное движение по полусфере (точке "хотелось бы" полететь по параболе, но полусфера силой своей реакции опоры не даёт ей этого сделать) - равнодействующая силы тяжести и силы реакции опоры образуют центростремительную силу вращательного движения.

А теперь смотрим на точку отрыва. Что это за точка? **- в точке отрыва полусфера уже не действует на точку (сила реакции опоры = 0);**

- в точке отрыва наша точка первый миг совершает движение по параболе;
- в точке отрыва наша точка последний миг совершает вращательное движение по окружности радиуса R .

Можем написать уравнения:

- $mg \cdot \sin \alpha = m \frac{v^2}{R}$, где v - полная скорость нашей точки в точке отрыва. То есть проекция силы тяжести равна центростремительной силе.
- $mg \cdot R + m \frac{v_0^2}{2} = mg \cdot R \cdot \sin \alpha + m \frac{v^2}{2}$ - закон сохранения механической энергии (ведь диссипативных сил трения нет).



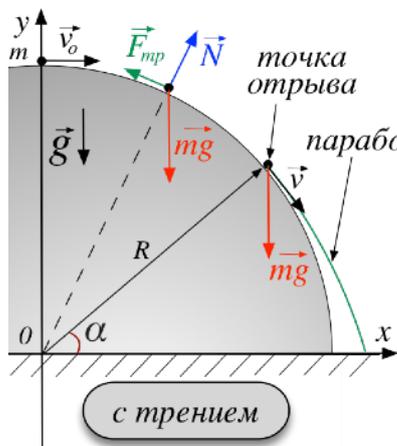
Откуда $\sin \alpha = \frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}$. И мы по сути определили угол

точки отрыва. Формула имеет смысл, когда $\sin \alpha \leq 1$ или $v_0^2 \leq gR$. Но ведь это неравенство ($v_0 < \sqrt{gR}$) и является исходным условием движения нашей точки по параболам группы c !

Найти точку отрыва можно и графически. В точке отрыва вектор текущей полной скорости v направлен по касательной

как к полусфере, так и к параболе. Значит *полусфера и парабола касаются друг друга в точке отрыва!* И если мы построим параболу, касающуюся нашей полусферы (не самая простая геометрическая задачка), то мы найдём и точку касания-отрыва и ту параболу, по которой полетит наша точка после отрыва.

Ну а теперь рассмотрим случай с трением.



Те же рассуждения про точку отрыва, что и в случае без трения. Разница проявляется при написании уравнений.

Пытаемся написать:

$$mg \cdot \sin \alpha = m \frac{v^2}{R} - \text{точно такое же для точки отрыва, что и}$$

предыдущем случае.

Но мы не можем в этом случае применить закон сохранения механической энергии - есть диссипативная сила трения!

Максимум, что мы можем сказать:

$$A_{\text{тр}} = E_{\text{верш}} - E_{\text{отр}}$$

- работа силы трения пошла на уменьшение полной механической энергии нашей точки.

Если начать расписывать работу силы трения, то мы обнаружим, что сила трения является переменной на пути от вершины до точки отрыва. Написать такие уравнения можно, но это будут нелинейные дифференциальные уравнения, решать которые мы ещё не умеем. И что же, мы ничего не можем про этот случай сказать? Можем, конечно - ведь мы же неунывающие физики!

Из здравого смысла вытекает:

- если сила трения будет маленькой, то наша точка благополучно достигнет точки отрыва и полетит далее по параболе;
- но если сила трения будет велика, то она (сила трения) может просто остановить нашу точку на поверхности полусферы (не забывайте, мы говорим о силе сухого трения, у которой есть трение покоя).

Ну вот, рассмотрели все случаи движения точки по поверхности полусферы.

Главное в задачах на отрыв:

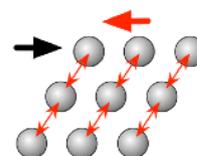
- в точке отрыва поверхность не действует на точку (сила реакции опоры = 0);
- в точке отрыва поверхность (кривая), по которой точка двигалась до отрыва, и новая кривая касаются друг друга.

➔ Силы в гидростатике

Разберёмся в определениях. **Гидродинамика** - раздел физики, изучающий движение жидкостей и газа и их механическое взаимодействие с твёрдыми телами. **Гидростатика** - раздел физики, изучающий равновесие жидкостей, в частности, в поле тяжести.

Гидростатика является подразделом гидродинамики. Гидростатику проходят в школе.

Твёрдое тело сохраняет форму и объём. Жидкость не сохраняет форму, но сохраняет объём (жидкости очень слабо сжимаемы). Газ не сохраняет ни формы, ни объёма. Твёрдое тело "держит" сдвиговые внутренние напряжения (возникают силы упругости), жидкость - нет. **Напряжение в жидкости описывается единственной величиной - давлением. Давление - скаляр.**

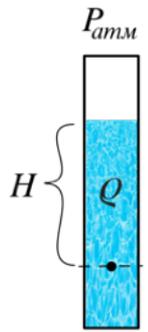


Сдвиговые напряжения в твёрдом теле



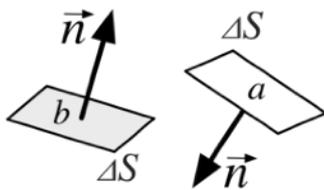
Основной закон гидростатики - **закон Паскаля**: Давление в жидкости или газе передается во всех направлениях одинаково и не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует.

Ну с расчетом гидростатического давления столба жидкости понятно: $P = \rho g H$, ρ - плотность жидкости (газа); H - высота столба [Па = Н/м²]. Не забыть добавить атмосферное давление $P_{атм}$ (если оно есть).



А вот как быть с силой давления? Нам она потребуется при расчете, например, гидравлической машины. И формула $F = P \cdot S$ вызывает справедливый вопрос у вдумчивой публики: сила F - вектор, давление P - скаляр (число), площадь S - тоже вроде бы число. Как из произведения двух чисел получается вектор? Правильный вопрос. На самом деле в школьном курсе физики кое-что не договаривают.

Когда встает вопрос о силе давления, то помимо величины самого давления надо указать и площадочку, на которую давление производится, вследствие чего сила давления и возникает.

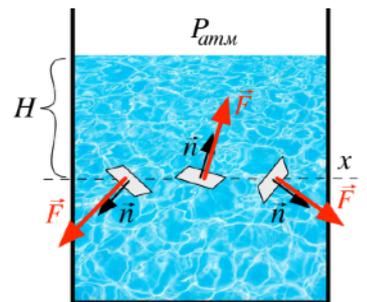


Площадочка - это двумерная поверхность (боковая стенка сосуда, его дно или **воображаемая поверхность внутри жидкости**). Эта двумерная поверхность имеет две стороны и ненулевую площадь (сила давления в точке не имеет физического смысла). И надо указать - с **какой стороны площадочки нас интересует сила давления**. Для этого используется хорошо

известный метод векторного анализа: к этой площадочке привязывается **единичный вектор нормали \vec{n}** (вектор этот перпендикулярен плоскости площадочки, имеет единичную длину и начинается на той стороне площадочки, к которой его привязали). Вот на рисунке к площадочке площадью ΔS привязывается единичный вектор нормали \vec{n} , начинающийся на стороне b . И площадочка - уже не скаляр, а вектор, сонаправленный с вектором нормали \vec{n} и имеющий длину, численно равную ΔS . Задав таким образом площадочку (сориентировав её), мы можем записать **уравнение силы давления** так:

$\vec{F} = P \cdot \vec{\Delta S}$. Такое векторное уравнение подразумевает: **вектор силы F сонаправлен с единичным вектором нормали \vec{n} (то есть перпендикулярен плоскости площадочки), длина его равна $P \cdot \Delta S$, сила давления на площадочку рассматривается со стороны a .**

А если надо рассмотреть силу давления со стороны b этой площадочки? Тогда привяжите к этой площадочке противоположный единичный вектор нормали \vec{m} . Но это будет уже другой вектор $\vec{\Delta S}$. Вот теперь всё встало на свои места. Там, где надо описать поверхности и их элементы, используется такой метод векторного анализа.



Тогда и закон Паскаля выглядит понятнее: на глубине H все силы, действующие на малую воображаемую площадочку, одинаковы по величине, а их направление зависит от того, как мы эту площадочку ориентировали.

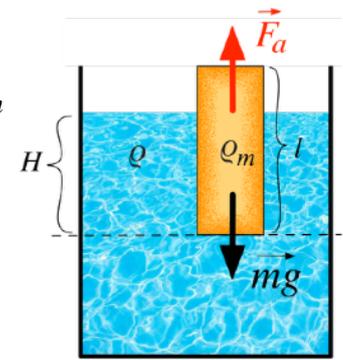
Отсюда же вытекает и **правило сообщающихся сосудов**: давление жидкостей на дно в сообщающихся сосудах одинаково.



Закон Архимеда: Тело, погруженное в жидкость или газ, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.

Архимедова сила: $F_a = \rho g V_n$, где ρ - плотность жидкости (газа); V_n - объём погруженного в жидкость тела. Архимедова сила направлена всегда **противоположно** силе

тяжести. Условие плавания тел: $F_a = mg$. Для плавающих тел справедливо соотношение: $\frac{\rho_n}{\rho} = \frac{V_n}{V}$, где ρ - плотность жидкости, ρ_n - плотность тела, V_n - объем погруженного в жидкость тела, V - полный объем тела.



Надеюсь, вам очевидно, что и *сила давления, и Архимедова сила - это проявления силы тяжести?*

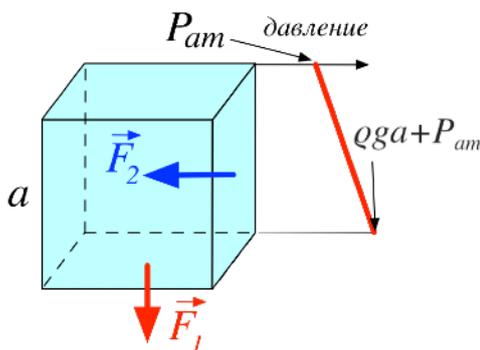
Кстати, вопрос: а как поведет себя в невесомости плававшее на Земле в воде тело? В невесомости силы тяжести нет, следовательно нет ни сил давления, ни Архимедовой силы. Тело будет болтаться в невесомости вместе с шариками воды, а размеры этих шариков будут определяться силами поверхностного натяжения (об этом - чуть ниже).



А вот еще вопрос: в стакане с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды в стакане, когда лед растает? Не изменится. Масса воды, вытесненная плавающим льдом, в точности равна массе льда (архимедова сила уравнивает силу тяжести). При таянии лед превратится в воду той же массы.



> **А вот и задача:** В полный куб с ребром a налита вода. Найти силу давления на дно и стенки куба.



Решение: Будем учитывать атмосферное давление. Хотя это явно и не сказано, но, очевидно, что мы ищем силы давления на дно и стенки изнутри куба (дно и стенки - поверхности двухсторонние, а мы уже знаем, что когда мы ищем силы давления, то надо указать сторону поверхности).

Сила давления воды на дно куба: $F_1 = (\rho g a + P_{at}) \cdot a^2$.

На уровне верхней грани куба давления воды нет (нет столба воды). На уровне нижней грани куба давление воды равно $\rho g a$. Поскольку давление возрастает **линейно** с глубиной, то можем считать среднее давление воды на боковую стенку куба равным $\rho g a / 2$. Тогда средняя сила давления на боковую грань равна:

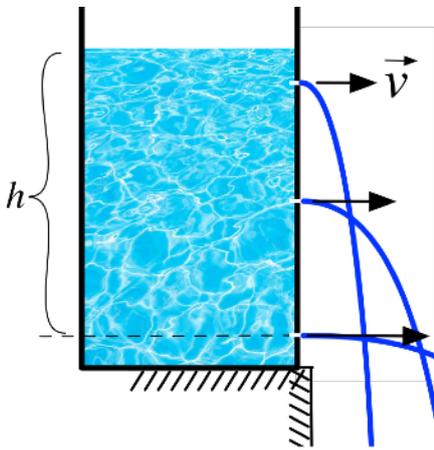
$$F_{cp} = (\rho g a / 2 + P_{at}) \cdot a^2.$$

Спрошу на всякий случай: а какова сила давления, действующая на боковую грань куба снаружи? $F_2 = P_{at} \cdot a^2$. Снаружи давит только атмосфера.



Гидростатика достаточно проста: считай себе давления, учитывай правила сообщающихся сосудов, считай архимедову силу.

Но мы же физики! И природное любопытство так и подмывает нас заглянуть за массивную дверь с табличкой "Гидродинамика". Как там гидродинамики считают течение жидкости (не только течение, но и вращение, движение с ускорением и прочие фокусы)? Ответу: сложно. Все их расчеты основаны на математическом анализе и уравнениях в частных производных. Например, уравнение Эйлера движения идеальной жидкости - одно из основных уравнений



гидродинамики - выглядит так:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = g - \frac{1}{\rho} \nabla p.$$

Весёленько! Но все эти кракозябры вы научитесь понимать и будете ими пользоваться уже на втором курсе института.

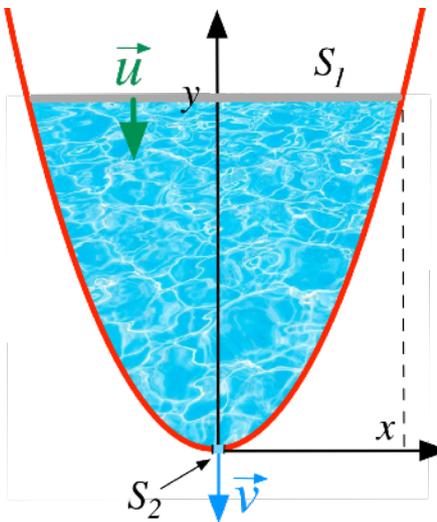
А пока я хочу рассказать вам об очень простой и практически очевидной формуле из гидродинамики - формуле Торричелли. С её помощью мы решим очень красивую задачу. Эванджелиста Торричелли, ученик Галилея, нашел её в 1641 году.

Итак, **скорость истечения идеальной (без вязкости) жидкости из маленького отверстия в открытом сосуде равна: $v = \sqrt{2gh}$** , где h - высота столба жидкости над отверстием.

Ничего формула не напоминает? Точно так же выражается скорость тела, свободно падающего с высоты h ! ЗДорово!.

> **А теперь - красивая задача:** Древнегреческие водяные часы **клепсидра** представляют собой сосуд с небольшим отверстием внизу. Время отсчитывается по уровню воды в сосуде. Какова должна быть форма сосуда, чтобы шкала времени была равномерной?

А какое красное слово - **КЛЕПСИДРА!** В переводе с древне-греческого - "крадущая воду". Я так одну свою собаку звал.



Решаем: Логично предположить из соображений симметрии, что клепсидра наша представляет собой фигуру вращения - в горизонтальной плоскости её сечениями являются окружности.

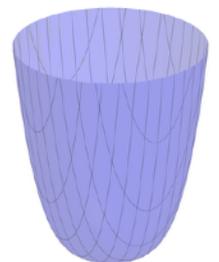
По формуле Торричелли $v = \sqrt{2gy}$, где v - скорость истечения воды из клепсидры через нижнее отверстие, y - высота уровня воды в клепсидре.

Из условия несжимаемости воды ("сколько вытекло, на такой объём вода опустилась"): $S_1 u = S_2 v$, где S_1 - площадь верхнего уровня воды, S_2 - площадь нижнего отверстия, u - скорость опускания верхнего уровня, v - скорость истечения воды из клепсидры.

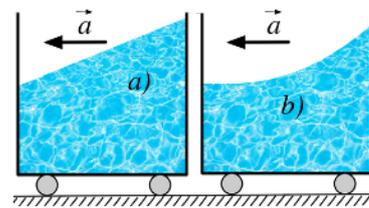
Площадь $S_1 = \pi x^2$ - из-за осевой симметрии сосуда, x - горизонтальная координата точки на стенке клепсидры. Тогда $\pi x^2 \cdot u = S_2 \cdot \sqrt{2gy}$. Скорость опускания верхнего уровня u должна быть постоянна по условию задачи. И

окончательно $y = \frac{\pi^2 u^2}{2g S_2^2} x^4$. То есть клепсидра наша - это фигура вращения

параболы четвертой степени $y = ax^4$! Уравнение её поверхности в трехмерной системе координат таково: $z = a(x^2 + y^2)^2$. Вот она. Красиво!



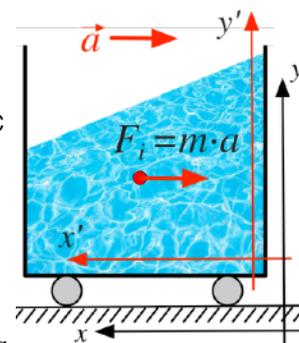
➤ **Еще одна задача из гидродинамики:** А коль так ловко у нас получилось решить задачу про клеписдру, то хочется мне обсудить с вами еще одну. Представьте себе тележку на колёсиках с ёмкостью с водой, которая движется горизонтально с постоянным ускорением a . Какую форму при этом примет поверхность воды? Каково будет давление воды на глубине h ?



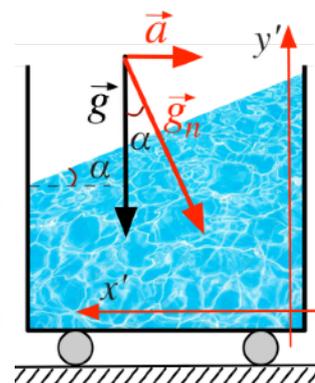
Рассуждаем: Жизненный опыт и нарождающаяся интуиция физика подсказывают нам про форму поверхности: либо как на рисунке a), либо как на рисунке b). Спасибо тебе, нарождающаяся интуиция! Хотелось бы как-то по-определенней. Гидродинамики тут же вытащат своё уравнение Эйлера, поколдуют с ним манёк и гордо скажут - как на рисунке a)! Гидродинамикам хорошо - у них есть уравнение Эйлера. Мы пока не гидродинамики, зато у нас есть юношеский задор и безграничное чувство здравого смысла. И мы их сейчас задействуем и утрём нос гидродинамикам.

Мы стоим возле дорожки, по которой с ускорением катится тележка. То есть мы находимся в инерциальной системе отсчета $x y$, связанной с Землей. А давайте вскочим на тележку с ёмкостью (считаем, что это никак не повлияет на физику движения) и **перейдем в неинерциальную систему отсчета $x' y'$** , связанную с тележкой.

Вообще-то школьный курс физики не благословляет пользоваться неинерциальными системами отсчёта, но мы же взрослые физики. В этой неинерциальной системе отсчета $x' y'$, движущейся с ускорением a относительно инерциальной системы отсчета $x y$, на каждое тело массой m будет действовать сила инерции $F_i = m \cdot a$, направленная противоположно вектору a .



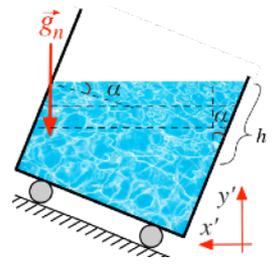
Пока понятно, но непонятно что это нам даёт. Откуда ждать помощи? А помощь к нам приходит оттуда, откуда совсем уж не ждали: из **Общей Теории Относительности**. О, как! Это я для красоты завернул, хотя суть действительно такова. Помните, в разделе про силу тяжести я упомянул **принцип эквивалентности Эйнштейна** и как иллюстрацию к нему - следствие: *находясь внутри закрытой кабины лифта, невозможно определить, чем вызвана сила, действующая на тело: тем, что кабина движется с ускорением или гравитационным притяжением тела к Земле*. А чем наша тележка на колёсиках хуже лифта? Если мы, стоя на ней, закроем глаза и попробуем понять: какая сила нас толкает вправо - сила инерции или гравитационное притяжение к Юпитеру (Земля у нас внизу под ногами), то ничего не поймём в принципе. А понимать надо лишь одно: эту силу можно трактовать или как силу инерции, или как новую силу гравитационного притяжения - никакого ущерба для физической картины мира не произойдет. А давайте трактовать эту силу как силу гравитационного притяжения! А давайте! Тогда мы имеем два гравитационных поля: гравитационное поле притяжения к Земле с ускорением свободного падения g , направленным вертикально вниз, и гравитационного поле с ускорением свободного падения a , направленным вправо. Но **по принципу суперпозиций** мы можем два этих векторных поля сложить и получить **резльтирующее гравитационное поле с ускорением свободного падения g_n** , направленным как показано на рисунке. Всё - основные рассуждения закончились, с точки зрения физики они были безукоризненными, сам старик Эйнштейн ничего не сможет возразить. "Это нечестно - для решения простенькой задачи про тележку использовать принцип эквивалентности," - глухо пробубнят гидродинамики. Пардон, господа гидродинамики, принцип эквивалентности был сформулирован более ста лет назад, всё это время его тщательно проверяли, он работает. Это - физический закон и использовать его может кто угодно и где угодно - тут авторские права не соблюдаются. Просто господа гидродинамики почувствовали, что им сейчас нос утрут, вот и бухтят.



Продолжаем. Мы наговорили много слов. Пора переходить к формулам.

Угол α считается легко: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$. Величина g_n тоже: $g_n = \sqrt{g^2 + a^2}$.

Вы помните, что мы пребываем в неинерциальной системе отсчета $x'y'$. А давайте еще раз сменим систему отсчета. Перейдем в новую неинерциальную систему отсчета такую, что вектор g_n будет в ней смотреть вертикально вниз (просто повернем систему отсчета $x'y'$ на угол α). Картинка стала очень похожа на неподвижную ёмкость с водой в поле тяжести с **ускорением свободного падения** g_n . По горизонтали (в новой системе отсчета) все молекулы воды испытывают действие одинаковой силы тяжести, их положение на каждой такой горизонтали будет одинаково в смысле сил, действующих на них. А из этого следует два вывода: поверхность воды будет горизонтальна, как на рисунке *a*) (подтвердили вывод гидродинамиком); гидростатическое давление воды будет одинаково на каждой



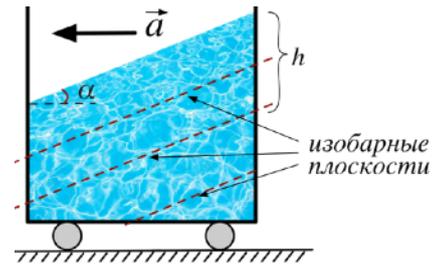
горизонтали (в системе новой отсчета) и равно $p = \rho g_n y = \rho \sqrt{g^2 + a^2} y$, где y - высота столба, отсчитываемого по оси y в новой системе отсчёта.

Нас в задачке спрашивают про давление воды на глубине h . Видимо, эту глубину h надо считать от верхней кромки воды по боковой стороне ёмкости (составители задачи ничего не знали о том, как мы вертели системы отсчета). Тогда $h = \frac{y}{\cos \alpha}$, а давление на глубине

h будет $p(h) = \rho \sqrt{g^2 + a^2} h \cdot \cos \alpha = \rho g h$ и не зависит от a !!! Интересно.

Тогда, возвращаясь в исходную инерциальную систему отсчета, можем утверждать следующее:

- при движении тележки горизонтально с постоянным ускорением a поверхность воды образует плоскость, наклонённую под углом α ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$);
- все плоскости внутри ёмкости, параллельные плоскости воды, будут **изобарными плоскостями** (плоскостями с одинаковым давлением);
- гидростатическое давление на глубине h (h отсчитывается по вертикали от верхней точки воды) равно $p(h) = \rho g h$.



Ну вот, решили задачу. Долго рассуждали, наговорили кучу слов, использовали **принцип эквивалентности** и **принцип суперпозиций** ("Ха-ха-ха!" - раздалось из-за массивной двери с табличкой "Гидродинамика") и получили довольно тривиальный вывод. Ну что ж, во-первых, мы его скрупулёзно обосновали (хоть и новички в гидродинамике и не знаем уравнения Эйлера), а во-вторых, что значит "результат тривиальный"? Это физически обоснованный результат. Не всегда головокружительная формула свидетельствует о правильности решения. А зато как здорово мы поупражняли свои мозги!

Конечно, эта задачка предельно проста в смысле гидродинамики ("плоский" случай - векторы \vec{a} и \vec{g} постоянно находятся в одной и той же плоскости). Потому нам и удалось решить её без знания гидродинамической кухни. Если представить такую же тележку с ёмкостью с водой, стоящую на вращающейся карусели, и спросить про форму поверхности воды, то тут без уравнения Эйлера делать нечего ("Ага!" - раздалось из-за двери).

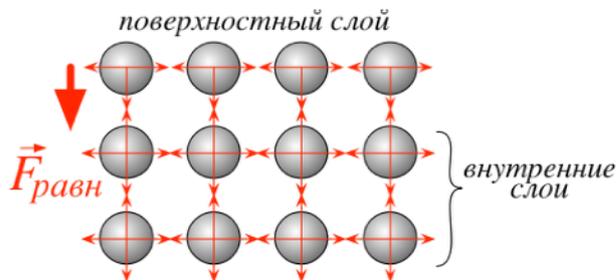
Что-то я разошёлся с гидростатикой/гидродинамикой. Пора закругляться.

А что касается простых на вид задачеч, то вот вам известный пример. Такую задачу давал академик Петр Леонидович Капица поступающим в аспирантуру московского ФизТеха: **оцените скорость, с которой человек должен бежать по воде, чтобы не утонуть.** Решение этой "задачки" - целое научное исследование.

=====

➔ Силы поверхностного натяжения

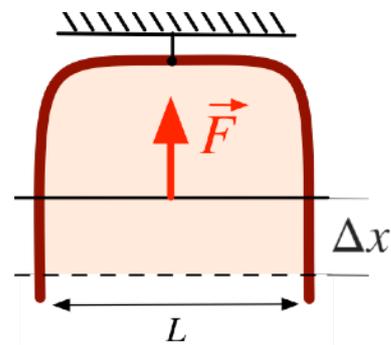
Молекулы воды находятся друг к другу гораздо ближе и притягиваются друг к другу гораздо сильнее, чем в газе. У молекул поверхностного слоя возникает некомпенсированная равнодействующая сила, направленная внутрь жидкости - **сила поверхностного натяжения**.



Молекулы поверхностного слоя упакованы более плотно, а поэтому они обладают дополнительным запасом потенциальной энергии по сравнению с внутренними молекулами. Чем больше площадь поверхности жидкости, тем больше в ней запаса потенциальной энергии. Значит, для увеличения площади поверхности жидкости (то есть для увеличения её потенциальной энергии) надо совершить положительную работу. Вот какие есть формулы для расчетов: $E_p = \sigma \cdot S$, где E_p - потенциальная энергия поверхности жидкости, σ - коэффициент поверхностного натяжения данной жидкости [Н/м] (табличная величина), S - площадь поверхности жидкости. $A = \sigma \cdot \Delta S$, где A - работа внешних сил по изменению площади поверхности на ΔS .

На границе жидкость-воздух сила поверхностного натяжения направлена внутрь жидкости.

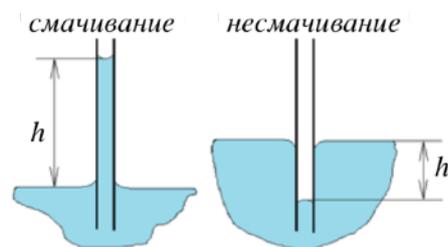
В мыльный раствор опустили рамку, одна сторона которой подвижна. Рамка затянута мыльной пленкой. При этом величина силы поверхностного натяжения будет равна $F_H = \sigma \cdot L$.



На границе жидкость-твердое тело сила поверхностного натяжения направлена по касательной к поверхности жидкости. В зависимости от величины взаимодействия между молекулами жидкости и твердого тела возникает явление смачивания и несмачивания.

Капиллярным явлением называется подъем или опускание жидкостей по узким трубкам (капиллярам). Величина h (как для случая смачивания, так и для несмачивания)

определяется так: $h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot r \cdot g}$, где σ - коэффициент поверхностного натяжения; ρ - плотность жидкости; r - радиус капилляра.



Очевидно, что межмолекулярная сила поверхностного натяжения имеет **электромагнитную природу**. Сила поверхностного натяжения отвечает за таких явления, как: мыльные пузыри (тонкие плёнки), передвижение водомерки по поверхности воды, капиллярность.

Раньше силы поверхностного натяжения изучались в школе, теперь нет. Жаль.



→ Силы в электродинамике

Давайте опять разберёмся в определениях.

Электростатика - раздел физики, изучающий взаимодействие **неподвижных** электрических зарядов. **Магнитостатика** - раздел физики, изучающий взаимодействие **постоянных** токов и **постоянных** магнитных полей. **Электродинамика** - раздел физики, изучающий электромагнитное поле в наиболее общем случае. Совсем обще можно сказать, что электродинамика - это наука о зарядах. Электродинамика включает в себя электростатику и магнитостатику. В школе проходят электростатику и магнитостатику.

Ну и уж без чего нельзя обойтись в электродинамике, так это без понятия **поля**.

Общая суть электродинамики такова:

- неподвижные электрические заряды порождают постоянные электрические поля;
- подвижные электрические заряды (или токи, являющиеся движущимся потоком зарядов) порождают переменные электрические поля;
- переменное электрическое поле порождает магнитное поле;
- переменное магнитное поле порождает электрическое поле;
- электрическое и магнитное поля механически воздействуют на электрические заряды.

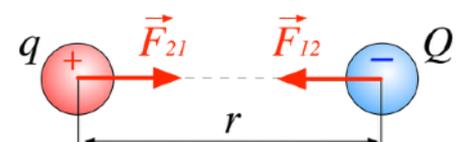
Первые четыре пункта касаются **порождения электромагнитных полей**. Мы об этом будем подробно говорить в Историях про Электростатику и Магнетизм. Сейчас же у нас История о Силах - поговорим о последнем пункте.

Назовем несколько базовых принципов:

- электрический заряд - это физическая скалярная величина, определяющая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии [измеряется в Кл - Кулон]. Более того, **электрический заряд - это фундаментальная характеристика материи (как и масса)**. Заряды могут быть положительными и отрицательными.
- минимальный (элементарный) электрический заряд $e = \simeq 1,6 \times 10^{-19}$ Кл.
- **закон сохранения электрического заряда**: если в системе нет утечек заряда и если в неё не попадают заряды извне, то алгебраическая сумма зарядов сохраняется. Это такой же фундаментальный закон природы, как и законы сохранения энергии и импульса.
- точечный заряд - заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

→ **Силы Кулона** Итак, всё начинается (в школьном курсе физики) с закона, открытого Шарлем Кулоном в 1785 году - закона Кулона: силы взаимодействия

неподвижных зарядов равны по модулю $F = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$, где q, Q - модули зарядов; r - расстояние между зарядами; $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$.



Плюс дополнения:

- одноименные заряды отталкиваются, разноименные - притягиваются;
- заряды неподвижны друг относительно друга;
- закона Кулона справедлив для **точечных зарядов**;
- закона Кулона справедлив в вакууме;
- по третьему закону Ньютона $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$;
- силы эти действуют по линии, соединяющей эти точечные заряды.

С одной стороны, всё вроде бы понятно, но есть пара замечаний:

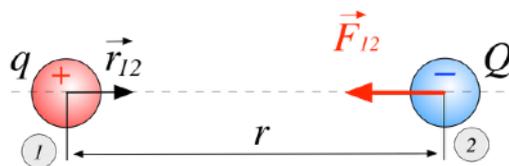
- в такой формулировке закон Кулона описывает сразу две силы. Поскольку силы разные (приложены к разным зарядам и имеют разное направление), то теряется индивидуальность описания каждой силы. Хотелось бы иметь возможность описывать эти силы по-отдельности;
- получается, что в такой формулировке мы имеем математическую формулу плюс инструкцию из шести пунктов о том, как ей пользоваться. А нельзя ли в одной формуле это всё отразить? Ведь математика на то и помощница физике, чтобы ясно и чётко всё описывать.

Замечания вполне справедливые. Опять в школьном курсе физики упрощают, не договаривают, и в итоге у вдумчивых учеников возникают вопросы, а у невдумчивых - ощущение, что физика - это непонятно.

Давайте зададим правильно вопрос, чтобы получить правильный ответ. **С какой силой на заряд Q действует заряд q , находящийся от него на расстоянии r ?**

Ага, тут мы спрашиваем про одну силу, действующую на заряд Q . Математически полный ответ выглядит так:

$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \vec{r}_{12}$. Ну, уже что-то вразумительное.



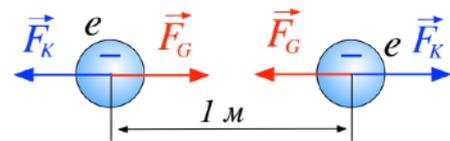
Что в эту формулу понапишали? Всё - по делу. Сила - это вектор и эта формула нам даёт ответ в виде вектора - это прекрасно. Как у неё это получилось? Нас спросили как действует q на Q . Мы взяли и построили **единичный** вектор \vec{r}_{12} от q к Q , сразу задав линию действия силы. Если алгебраическое произведение зарядов qQ положительно (заряды одноименные), то вектор силы \vec{F}_{12} сонаправлен с вектором \vec{r}_{12} - заряд Q отталкивается от заряда q . Если qQ отрицательно (заряды разноименные), то вектор силы \vec{F}_{12} противоположен с вектором \vec{r}_{12} - заряд Q притягивается к заряду q . Ловко! В эту формулу введен множитель $\frac{1}{\epsilon}$. ϵ - это

диэлектрическая проницаемость среды. В вакууме $\epsilon = 1$, в воздухе и других средах $\epsilon > 1$. Поэтому формула стала применима в любой среде. Обычно в школьных задачах по электростатике дело происходит в вакууме (если не оговорено противоположное) и ϵ не фигурирует в формуле. К ϵ вернемся, когда будем говорить о конденсаторах (уже в Истории про Электростатику). Ну вот, мы получили универсальную чёткую формулу. Тогда на вопрос: "с какой силой на заряд q действует заряд Q , находящийся от него на расстоянии r ?" мы ответим формулой $\vec{F}_{21} = k \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \vec{r}_{21}$.

Кстати, вы обратили внимание на то, как похожи по форме закон Кулона $F = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$ и

закон всемирного тяготения $F = G \frac{m \cdot M}{r^2}$? Правда масса, в отличие от зарядов, может иметь только один знак - положительный. И массы "умеют" только притягиваться.

А давайте сравним кулоновскую и гравитационную силы, действующие на два электрона, разнесенные на один метр друг от друга. Заряд электрона $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл, масса электрона $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ кг. Тогда кулоновская сила, действующая на каждый электрон (электроны будут отталкиваться из-за одинаковости знаков зарядов), равна $F_K = k \cdot e^2 = 2,3 \cdot 10^{-28}$ Н. Гравитационная сила притяжения двух электронов равна $F_G = G \cdot m_e^2 = 5,5 \cdot 10^{-71}$ Н.



То есть кулоновская сила в $\simeq 4 \cdot 10^{43}$ раз (!!!) больше гравитационной. Этот факт является фундаментальным: на макро- и микро- уровне кулоновские силы (вообще - электромагнитные силы) доминируют над гравитационными; в космических масштабах - наоборот.



"Непонятно почему. Объясните." - воскликнул вдумчивый ученик.

Да всё достаточно просто. Во Вселенной положительных и отрицательных зарядов поровну. Поэтому силы притяжения-отталкивания на космических масштабах компенсируются. А поскольку массы "умеют" лишь притягиваться, то гравитационные силы не компенсируются и доминируют в космических масштабах.

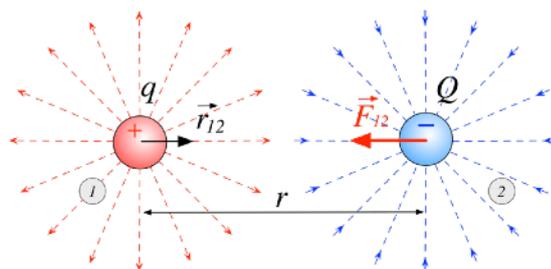
А если есть несколько точечных зарядов и надо посчитать действие на один из них всех остальных, то как быть? Да как обычно: **принцип суперпозиций** нам в помощь. Считаем по-отдельности силы взаимодействия с каждым из зарядов, а затем векторно суммируем.



"Та-а-а-к!" - скажет вдумчивый школьник. "А где же тут поле? Как-то мы без него обошлись".

Да, формально обошлись без поля. Во многих задачах электростатики про точечные заряды это можно сделать и получить правильные ответы. Но на самом деле мы немного лукавим при этом. Когда нас спрашивают "С какой силой на заряд Q действует заряд q ?" мы должны не просто выстрелить "силовой" формулой, а как настоящие физики должны сказать: заряд q создает постоянное электрическое поле (электростатическое поле), а это поле воздействует на заряд Q и после этого уже писать формулу. А без этой фразы мы просто "глотаем" важный физический этап задачи.

Давайте я всё-таки нарисую картинку с полями. Заряд q создает свое поле (обозначено красненькими силовыми линиями), это поле действует на заряд Q . Но и заряд Q создает свое поле (обозначено синенькими силовыми линиями). *Но заряд Q не взаимодействует с собственным полем, так же, как и заряд q не взаимодействует со своим.*



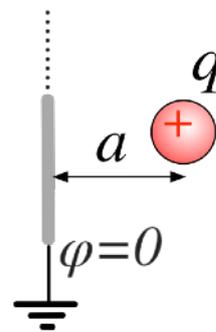
В данном случае заряд q является **источником** поля, а заряд Q - **приемником** поля.

Зачастую в задачах говорится: "Есть электростатическое поле напряженностью \vec{E} ". То есть это поле создано какими-либо зарядами, но нас в контексте задачи это не интересует. Тогда сила, действующая со стороны этого поля на заряд q , равна: $\vec{F} = q\vec{E}$.

А вот хорошая "силовая" задачка на закон Кулона. Предполагается, что читающий уже владеет основными понятиями электростатики - напряженность электростатического поля, силовые линии, потенциал, эквипотенциальные поверхности.

> **Задача:** Найдите силу, с которой заземленная проводящая бесконечная плоскость действует на положительный точечный заряд q , находящийся от нее на расстоянии a .

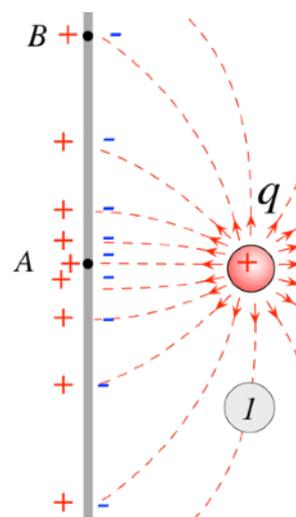
Решение: Хорошая задача - есть о чём порассуждать "физически". Здесь речь идет об электростатическом взаимодействии точечного заряда q с **плоскостью**. Плоскость - это не точечный заряд. Как же нам поможет закон Кулона?



Начнем с обязательной фразы: заряд q создает электростатическое поле.

Это поле можно представить радиально расходящимися силовыми линиями и величина напряженности этого поля на расстоянии r от заряда определяется как $E = k \cdot \frac{q}{r^2}$.

Плоскость - проводящая. Значит в ней есть много свободных электронов (о проводимости металлов мы поговорим в Историях про Электростатику и Ток), хаотично "болтающихся" внутри объема плоскости при отсутствии внешнего электрического поля. Давайте рассмотрим случай, когда плоскость не заземлена, и к ней поднесли положительный точечный заряд q . Поле заряда будет действовать на свободные электроны плоскости. Поскольку заряд q положительный, а заряд электронов отрицательный, то электроны будут притягиваться к заряду q . Эти электроны сосредоточатся на правой поверхности плоскости (совсем вылететь из объема плоскости им не даёт электростатическое притяжение к положительно заряженным ионам кристаллической решетки). А поскольку расстояние от заряда q до точки А плоскости - меньше, чем расстояние до любой другой точки, то и сила притяжения в точке А будет максимальной. Электроны будут стремиться к точке А, но силы электростатического отталкивания между электронами будут их уравнивать. То есть концентрация электронов в точке А будет больше, чем концентрация электронов в точке В. Поскольку все электроны плоскости будут стремиться к правой поверхности плоскости, то на левой поверхности возникнет избыток положительного заряда. То есть внутри плоскости возникнет неоднородное (поскольку неоднородна концентрация зарядов) электростатическое поле. Это явление называется **электростатической индукцией**⁵.



Результирующее электростатическое поле (от наложения поля точечного заряда q и поля плоскости) и изображено на рисунке 1. Да, очень похоже, что заряд q будет притягиваться к плоскости, но ничего сказать о величине этой силы притяжения мы не можем (закон Кулона нам не помощник - он про точечные заряды). Это я всё говорю милые очевидности, которые всем должны быть понятны.

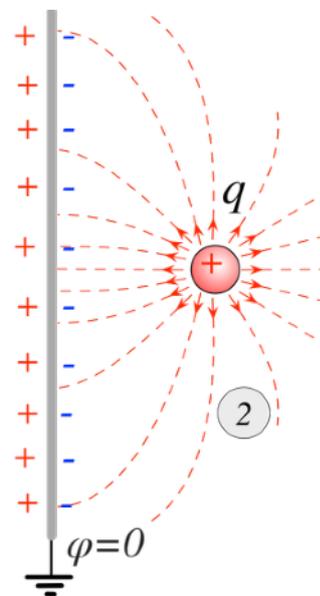


А теперь заземлим плоскость. Что значит заземлить плоскость? Это значит электрически подключить её к гигантскому проводнику по имени Земля.

Электрический заряд Земли в целом равен нулю. Но в Земле есть огромное количество свободных электронов. По проводку заземления электроны могут перемещаться: как с плоскости на Землю, так и наоборот. После заземления электроны между плоскостью и Землей перераспределятся так, что потенциалы поверхностей Земли и плоскости выравниваются (электроны - свободные, любое неравенство потенциалов ведет к их перераспределению вплоть до выравнивания потенциалов). То есть поверхность плоскости превратится в **эквипотенциальную** поверхность, электроны на правой поверхности плоскости распределятся равномерно, поле внутри плоскости станет однородным.

⁵ Смотри Историю про Электростатику.

Изменится и результирующее электростатическое поле (от наложения поля точечного заряда q и поля плоскости) и станет таким, как показано на рисунке 2: линии напряженности этого поля станут перпендикулярны правой эквипотенциальной поверхности плоскости в точке вхождения этих линий в плоскость (таково свойство эквипотенциальных поверхностей).

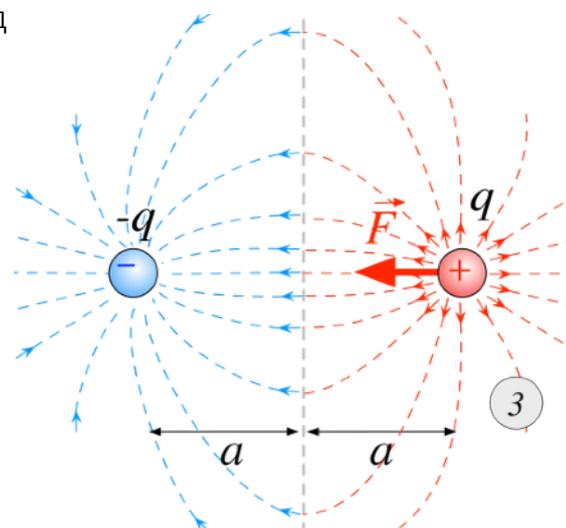


А вот теперь - очень хитрый ход, который позволит решить задачу. Давайте рассмотрим поле двух зарядов: q и $-q$, расположенных друг от друга на расстоянии $2a$ (никакой проводящей заземленной плоскости нет) (рисунок 3). Из соображений симметрии можно сделать любопытный вывод: картина электростатического поля, в котором находится наш заряд q , будет в этом случае точно такая, как и в случае с наличием проводящей заземленной плоскости. А следовательно и силы, действующие на заряд q будут одинаковы.

А уж посчитать силу, действующую на точечный заряд q со стороны точечного заряда $-q$ мы можем легко

по закону Кулона: $F = k \frac{q^2}{4a^2}$.

То есть мы заменили систему "точечный заряд q - плоскость" на систему "точечный заряд q - точечный заряд $-q$ " и обосновали эквивалентность такой замены.



В этом и состоит **метод зеркального изображения зарядов**: поиск эквивалентного зеркального (фиктивного) заряда (системы зарядов), упрощающего расчет электростатических полей. Уф, сказали много слов и всего одна формула. Это физика, детка!

➡ **Силы Лоренца и Ампера** С кулоновскими силами, возникающими между точечными зарядами, разобрались. Теперь на сцене появляется магнитное поле. Несколько слов о нем:

- силовой характеристикой магнитного поля является **вектор магнитной индукции \vec{B}** [измеряется в Тесла - Тл];
- магнитные поля подчиняются принципу суперпозиций;
- магнитное поле оказывает силовое действие **только на движущиеся** заряды;
- магнитное поле оказывает силовое действие на токи;
- магнитных зарядов не существует.

Магнитное поле порождается

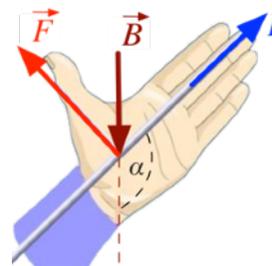
- проводником с током
- постоянными магнитами
- переменным электрическим полем

О том, как порождается магнитное поле, мы поговорим в Истории про Магнетизм.

Действие 1: сила Лоренца Положительно заряженная частица с зарядом q движется со скоростью \vec{v} в магнитном поле \vec{B} . На частицу действует сила Лоренца, модуль которой равен $F_L = q \cdot B \cdot v \cdot \sin\alpha$, где q - заряд частицы, B - величина магнитной индукции, v -

скорость частицы, α - угол между вектором магнитной индукции \vec{B} и вектором скорости \vec{v} . А направление этой силы определяется по **правилу левой руки** - смотри картинку.

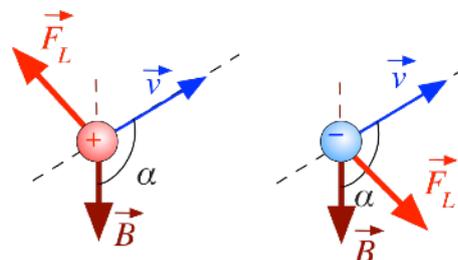
Если поле \vec{B} неоднородно, то уравнение остаётся справедливым для отдельной точки пространства.



Так говорится в школьном курсе физики. Всё правильно, только опять у меня замечание: нам дают формулу плюс инструкцию по применению. А нельзя ли просто формулу, из которой было бы всё ясно? А то потом возникает еще правило правой руки, правило буравчика, правило средней руки и правило задней ноги. Запутаетесь, однако. Опять составители школьного курса кой-чего не договаривают, берегут детские мозги от перегрева. А может они сами не очень понимают? Ну и получается путаница.

В Истории про Кинематику и в Приложении №1 я ввёл важное понятие - **векторное произведение векторов**. С его помощью получается записать одну формулу для силы Лоренца "без дополнительных инструкций".

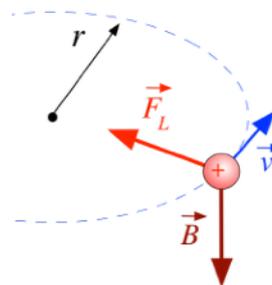
Сила Лоренца через векторное произведение выражается так: $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$. В векторной форме, никаких правил левой руки - всё включено в формулу. Более того - **эта формула справедлива и для отрицательного заряда**: знак заряда сам "направляет" вектор \vec{F}_L . Ну ведь здорово же!



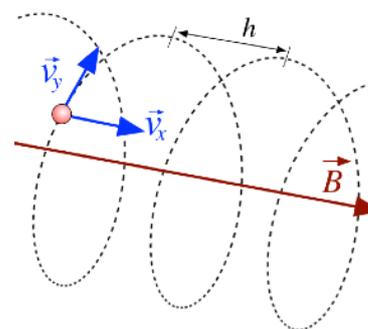
Сила Лоренца **работы не совершает** ($\vec{F}_L \perp \vec{v}$) - модуль вектора скорости при движении частицы не изменяется. Сила Лоренца выступает в роли **центростремительной силы** - отклоняет частицу от прямолинейного движения.

Если заряженная частица движется в **однородном** магнитном поле \vec{B} , а ее скорость \vec{v} перпендикулярна вектору \vec{B} , то под действием силы Лоренца частица будет двигаться по окружности радиуса $r = \frac{mv}{qB}$

периодом обращения: $T = \frac{2\pi m}{qB}$. Этот факт используется в ядерной физике для определения параметров частиц.



Если скорость частицы \vec{v} имеет составляющую вдоль направления магнитного поля, то такая частица будет двигаться в однородном магнитном поле **по спирали**. При этом радиус спирали r зависит от модуля перпендикулярной магнитному полю составляющей вектора \vec{v}_y , а шаг спирали h - от модуля продольной составляющей \vec{v}_x .

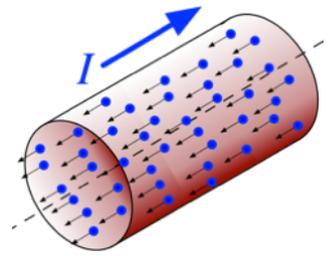


Действие 2: сила Ампера

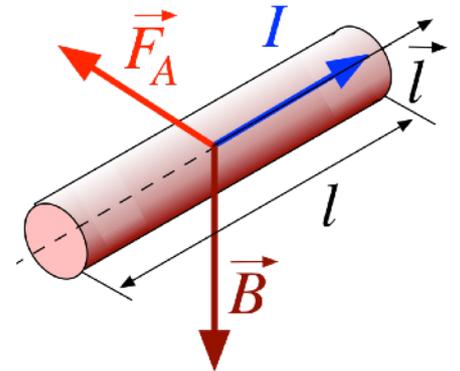
Переходим к рассмотрению силы Ампера. Перед этим напомним вам **что такое ток**.

- электрический ток в проводящей среде есть упорядоченное движение электрических зарядов
- электрический ток в металлах - это перемещение электронов, а в электролитах и газах - положительно и отрицательно заряженных ионов;
- направление тока - направление движения **положительных** зарядов (так сложилось исторически);

- численно ток выражается как количество заряда, прошедшее через сечение проводника за единицу времени: $I = \frac{Q}{t} = \frac{nq}{t}$, q - величина заряда частицы-носителя тока, n - количество таких зарядов [1 Ампер = 1 Кулон/с].



Взгляните на рисунок. Прямолинейный проводник длиной l , по нему течет ток I . Это всё находится в однородном магнитном поле \vec{B} . На проводник с током действует сила Ампера: $\vec{F}_A = I \cdot [\vec{l} \times \vec{B}]$ (заметили, мы уже как взрослые используем в формуле векторное произведение). Что за вектор \vec{l} ? Это вектор, направленный по току и имеющий длину, равную длине проводника l . Его введение имеет смысл, который раскрывается при вычислении силы Ампера для проводников произвольной формы при написании интегральных уравнений для силы Ампера (не заморачивайтесь, это всё будет в институте). Ну пусть будет так, нам же не жалко?



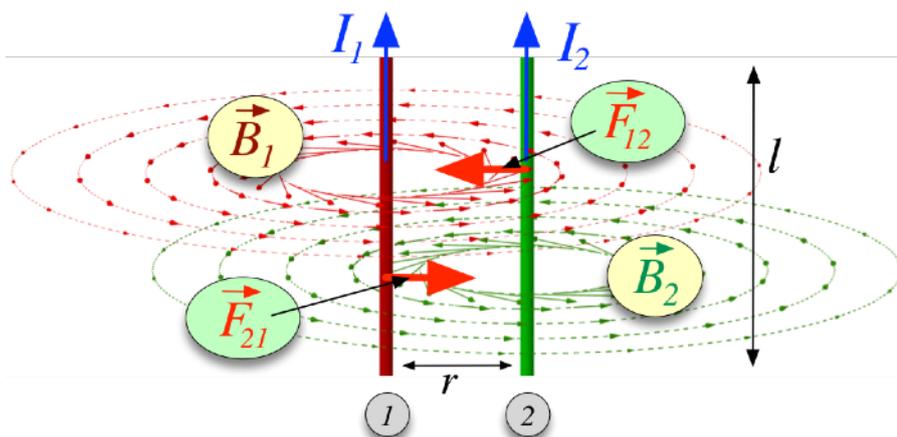
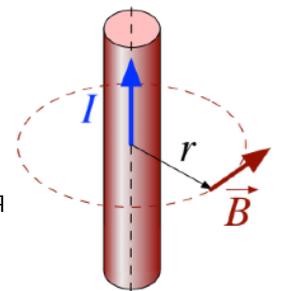
И опять мы получили уравнение в векторной форме.

Для любителей школьного стиля: $F_A = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha$ (α - угол между вектором магнитной индукции \vec{B} и вектором \vec{l}) + правило *левой* руки (не забудьте помыть руки перед применением, с грязными руками правило не работает).

Сила Ампера - это сумма сил Лоренца, действующих на **положительные** заряды проводимости. Если рассматривать ток в металлическом проводнике (где зарядом проводимости является отрицательный электрон) - то сумма сил Лоренца со знаком минус. Когда рассматривают поведение отдельной заряженной частицы в магнитном поле - говорят о силе Лоренца, когда рассматривают токи в магнитном поле - говорят о силе Ампера.

Взаимодействие параллельных токов. Ток прямолинейного проводника создает магнитное поле: $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$, где r - расстояние от проводника, μ_0 - магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$.

Направление вектора \vec{B} определяется по правилу *правого* винта (здесь я не буду подробно распространяться о создании магнитного поля и писать уравнения - об этом в Истории про Магнетизм).



Пусть у нас есть два параллельных проводника с токами I_1 и I_2 , направленными в одну сторону. Расстояние между ними равно r . Каждый из этих проводников создает своё магнитное поле:

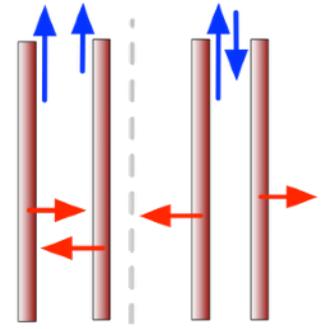
$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r} \text{ и } B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r}$$

с направлениями векторов \vec{B} как показано на рисунке. Со стороны магнитного поля B_1 на ток I_2

действует сила Ампера $F_{12} = I_2 \cdot B_1 \cdot l = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$, где l - длина проводника⁶. Со стороны магнитного поля B_2 на ток I_1 действует сила Ампера

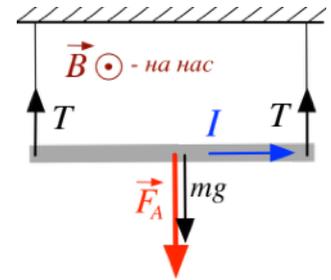
$$F_{21} = I_1 \cdot B_2 \cdot l = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$$

По направлениям этих сил ясно, что проводники **притягиваются** друг к другу с равными по модулю силами. В этом проявляется действие третьего закона Ньютона. Если токи будут направлены в разные стороны, то проводники будут **отталкиваться** с равными по модулю силами.



А теперь - несколько задач.

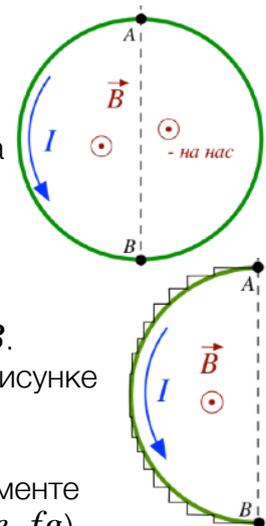
> Задача - Сила Ампера: Прямой проводник длины l и массы m подвешен горизонтально на двух невесомых нитях в однородном магнитном поле B , вектор индукции которого перпендикулярен проводнику и направлен как показано на рисунке. Какой ток надо пропустить через проводник, чтобы одна из нитей разорвалась, если нить разрывается при нагрузке, равной или превышающей F ?



Решение: На проводник действует сила Ампера, направленная вниз. Запишем условие равновесия проводника (в проекции на вертикальную ось):

$$2T = mg + F_A; \quad F_A = I \cdot B \cdot l; \quad T = \frac{mg + I \cdot B \cdot l}{2}, \text{ где } T - \text{ сила натяжения нитей. Чтобы нити оборвались } T \geq F, \text{ откуда } I \geq \frac{2F - mg}{B \cdot l}.$$

> Задача - Сила Ампера: По жесткому проволочному кольцу диаметром d и сечением S течет ток величиной I . Плоскость кольца перпендикулярна силовым линиям однородного магнитного поля, индукция которого равна B . Определить механическое напряжение σ (силу, действующую на единицу поперечного сечения) в проволоке.



Решение: Мысленно разрежем кольцо на два полукольца по диаметру AB . Заменим круговую проволоку другой мелкоступенчатой как показано на рисунке и рассмотрим элемент этой ступенчатой проволоки.

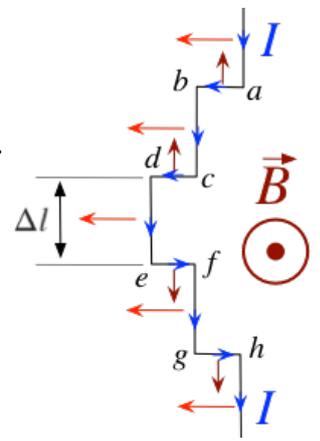
По правилу левой руки определим направления сил Ампера в каждом сегменте рассматриваемого элемента: в сегментах параллельных линии AB (bc, de, fg) сила Ампера будет направлена перпендикулярно линии AB влево. Сила Ампера, действующая на один такой сегмент, равна $\Delta F_A = I \cdot B \cdot \Delta l$. Если просуммировать по полуокружности все такие перпендикулярные AB силы, то получим $F_A = I \cdot B \cdot d$. Силы Ампера, действующие на сегменты, перпендикулярные AB , компенсируют друг друга (сила

⁶ Проводники подразумеваются конечной длины. Если бы проводники были бесконечными, то и силы были бы бесконечными.

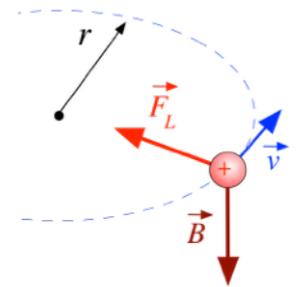
Ампера, действующая на сегмент ab , компенсируется силой Ампера, действующей на сегмент gh , cd компенсирует ef , и т.д.). Размеры сегментов можно уменьшать сколь угодно, приближаясь в пределе к самой полуокружности, логика рассуждений и результат не изменятся. На второе полукольцо будет действовать аналогичная сила Ампера, направленная вправо. Тогда механическое напряжение будет равно

$$\sigma = \frac{I \cdot B \cdot d}{2S} \quad (\text{поскольку к точке } A, \text{ например, приложена лишь}$$

половина разрывающей силы). Если ток будет направлен в противоположную сторону, то эти силы будут кольцо сжимать. Из вышерассмотренного следует общий вывод: *результатирующая сила Ампера, действующая на плоский контур с током, не зависит от его формы.*



➤ Задача - Сила Лоренца: Положительный ион заряда e движется в однородном магнитном поле с индукцией. Импульс иона равен p и перпендикулярен \vec{B} . Каков радиус петли, по которой движется ион?



Решение: Сила Лоренца, действующая на ион, движущийся в магнитном поле, создает центростремительное ускорение (ЦСУ):

$$F_L = e \cdot v \cdot B = ma. \quad \text{ЦСУ } a \text{ связано со скоростью: } a = \frac{v^2}{r}, \text{ а импульс}$$

$$p = mv, \text{ откуда } r = \frac{p}{e \cdot B}.$$

=====

Поздравляю, мы подбираемся к концу нашей Истории.

Кстати, вопрос на Нобелевскую премию: а масса взаимодействует с электромагнитным полем, а заряд взаимодействует с гравитационным полем?

Ну и на десерт - **Задача про яблоко на столе**

(Идея задачи взята из книги Пётра Васильевича Маковецкого "Смотри в корень! Сборник любопытных задач и вопросов")

На столе лежит яблоко. Укажите все силы, действующие на яблоко. Ключевым словом в задаче является "все".



Мы резво начинаем перечислять: сила тяжести, сила реакции стола, ... Ой! Всё? Звонок умному другу.

Умный друг продолжает:

- на яблоко действуют силы притяжения к Солнцу, планетам, всем звездам;
- яблоко со столом и Землей вращаются вокруг земной оси и движутся по орбите вокруг Солнца, поэтому на яблоко действует сила трения покоя о стол, являющейся центростремительной силой;
- яблоко находится в воздухе - поэтому на него действует сила Архимеда;
- малейшее дуновение ветерка (если мы на улице) или конвекционные потоки (если мы в комнате) - и на яблоко действуют силы вязкого трения воздуха;

⁷ Пока считается, что нет. Однако, кто знает?

- если один бок яблока красный, а другой – зеленый, то они по-разному отражают солнечные лучи, а поэтому равнодействующая сила светового давления не равна нулю;
- в яблоке происходят физико-химические процессы: влага яблока испаряется под действием тепла и солнечных лучей, идет созревание, фотосинтез, гниение; вылет электронов под действием световых, рентгеновских и гамма-лучей; поглощение бомбардирующих яблоко протонов, нейтронов, электронов, световых и других квантов; излучение собственных радиоволн и поглощение внешних радиоволн и т.д. – все это создает не равную нулю силу;
- на яблоко действуют кулоновские силы: как только из него под действием света вылетел электрон, яблоко оказалось заряженным положительно и начало притягиваться ко всем электронам Вселенной;
- яблоко представляет собой раствор многих солей и органических соединений и поэтому является хорошим проводником электричества. Поскольку электроны внутри яблока движутся, то это создает электрический ток, который, взаимодействуя с магнитными полями Земли, солнечной короны и т.д., действует на яблоко силами Ампера и Лоренца.

Умный друг иссяк. Звонок очень умному другу.

Очень умный друг почесался и добавил:

- сила притяжения к тёмной материи (но это пока не точно);
- сила отталкивания от тёмной энергии (но это пока не доказано).

Спасибо тебе, очень умный друг. Звонок другу-философу. Друг-философ заявил: "На яблоко действую все силы, вообще все силы - и которые мы знаем, и которые мы не знаем". Ну вот так как-то. Полная ясность или полная неясность? Или это шутка?

Шутливой здесь является только форма. Задача этой задачи – показать, что всякая физическая задача бесконечно сложна, потому что на всякое физическое тело действуют одновременно все законы физики. В том числе - и еще не открытые!

Физическая задача может быть решена лишь приближенно. И в зависимости от той точности, которая требуется в конкретной ситуации, понадобится учесть меньшее или большее число факторов. И хотя при определении силы давления яблока на стол, видимо, ничего, кроме равенства $mg = N$ на практике не потребуется, но в других задачах может потребоваться многое.

Какие же силы надо учитывать? На практике приходится полагаться на интуицию и опыт, что упрощает задачу, но вносит долю риска. Школьник обычно решает задачу еще проще: подавляющее большинство перечисленных сил отсеивается само по себе тем, что они не приходят в голову. Так легче решать, но так легче и ошибиться.

=====

Ну вот и всё! Надеюсь, это было вам полезно.

